



## MEMRISTIVNA IMPLEMENTACIJA PRIRODNIH NEURONA I SINAPSI MEMRISTIVE IMPLEMENTATION OF SPIKING NEURONS AND SYNAPSES

Vladimir Vincan, *Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad*

### Oblast – ELEKTOTEHNIKA I RAČUNARSTVO

**Kratak sadržaj** – U ovom radu je opisana softverska implementacija Moris-Lekarovog memristivnog modela prirodnog neurona i Zamarenovog memristivnog modela sinapse. U Matlab-u i Simulink-u su implementirani matematički modeli memristora koji su iskorišćeni za simulaciju kalcijumovih i kalijumovih kanala Moris-Lekarovog modela neurona. Na kraju, pokazano je kako se može implementirati STDP pravilo učenja na Zamarenovom memristivnom modelu sinapse.

**Ključne reči:** neuromorfnو računarstvo, prirodni neuron, sinapsa, STDP pravilo učenja, memristor

**Abstract** – In this paper, software implementations of the memristive Morris-Lecar model of the spiking neuron and the memristive Zamarreno model of the synapse have been developed. Matlab and Simulink models of memristors have been used for the simulation of calcium and potassium channels of the Morris-Lecar neuron model. It has been shown, how the STDP learning rule can be implemented on the memristive Zamarreno model of the synapse.

**Keywords:** neuromorphic computing, spiking neuron, synapse, STDP learning rule, memristor

### 1. UVOD

Istraživanja i razvoj veštačkih neuronskih mreža datiraju još od četrdesetih godina prošlog veka [1]. Da bi jednog dana veštačke neuronske mreže mogle dostići, pa čak i prevazići sposobnosti prirodnih neuronskih mreža, odnosno mozga, neophodno je verno modelovati njihove najvažnije gradivne elemente – neurone i sinapse.

Memristori omogućavaju novi i izuzetno pogodan način modelovanja određenih osobina neurona i sinapsi, zbog sposobnosti promene i zadržavanja tekuće vrednosti svoje otpornosti. Memristor je prvi put opisan 1971. godine od strane Leona Čue [2] i predstavlja četvrti osnovni dvokrajni pasivni element u svojoj osnovnoj verziji sa stanovišta teorije električnih kola, kojim su povezani fluks (integral napona po vremenu) i količina naelektrisanja (integral struje po vremenu).

Istraživači iz HP laboratorije uspeli su da naprave prvi memristor baziran na nanometarskim filmovima titanijum dioksida [3], 37 godina nakon što je teorijski predviđeno njegovo postojanje.

### NAPOMENA:

Ovaj rad proistekao je iz master rada čiji mentor je bio dr Staniša Dautović, vanr. prof.

Relativno skorašnja pojava memristora i drugih memelementa rezultat je značajno povećanog interesovanja istraživačke zajednice, motivisane brojnim potencijalnim primenama memristivnih elemenata. Među ovim primenama istaknuto mesto zauzima oblast neuromorfnog računarstva [4] [5].

Ovaj rad sastoji se iz pet delova. Nakon prvog, uvodnog dela, u drugom delu je data matematička definicija memristora i opisan je Zamarenov model memristora [6]. U trećem delu je opisan Moris-Lekar memristivni model neurona [7], kao i najčešće korišćeni LIF (engl. *Leaky Integrate and Fire*) nememristivni model prirodnog neurona. U četvrtom delu je definisano STDP (engl. *Spike Time Dependent Plasticity*) pravilo učenja na sinapsama. U petom delu je iznesen zaključak.

### 2. ZAMARENOV MODEL MEMRISTORA

Opšti oblik generičkog naponom kontrolisanog memristora je definisan sledećim konstitutivnim relacijama [8]:

$$i_{MR} = G(\mathbf{x}) \cdot v_{MR}, \quad (1)$$

$$\frac{dx}{dt} = g(\mathbf{x}, v_{MR}). \quad (2)$$

Dualno, opšti oblik generičkog strujom kontrolisanog memristora je definisan sledećim konstitutivnim relacijama:

$$v_{MR} = R(\mathbf{x}) \cdot i_{MR}, \quad (3)$$

$$\frac{dx}{dt} = f(\mathbf{x}, i_{MR}). \quad (4)$$

Funkcije  $G(\mathbf{x})$  i  $R(\mathbf{x})$  predstavljaju memduktansu (provodnost) i memristansu (otpornost),  $\mathbf{x}$  predstavlja vektor promenljivih stanja memristora, dok (2) i (4) predstavljaju jednačine stanja. Funkcije  $g(\mathbf{x}, v_{MR})$  i  $f(\mathbf{x}, i_{MR})$  se tipično razlikuju za različite modele memristora. U ovom radu je u Matlab-u i Simulink-u implementiran Zamarenov model memristora [6], koji spada u klasu generičkih memristora [8] i čije su konkretnе konstitutivne relacije:

$$R(\mathbf{x}) = k_R \cdot (x + x_0), \quad (5)$$

$$C_{MR} \dot{x} = i_g(v_{MR}) - i_{SAT}(x), \quad (6)$$

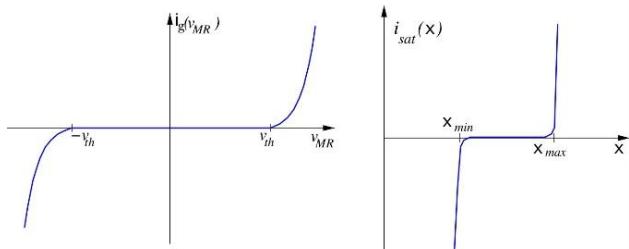
$$i_g(v_{MR}) =$$

$$\begin{cases} I_0 \cdot \text{sign}(v_{MR}) \cdot [e^{|v_{MR}|/v_0} - e^{v_{th}/v_0}], & |v_{MR}| > v_{th}. \\ 0, & \text{u suprotnom} \end{cases} \quad (7)$$

Inverzna sigmoidalna funkcija struje  $i_g$ , jednačina (7), dominantno oblikuje desnu stranu jednačine stanja (6). Promena vrednosti promenljive stanja je moguća tek ukoliko apsolutna vrednost napona na memristoru  $|v_{MR}|$  pređe naponski prag  $|v_{th}|$ , Slika 1a. Jedan primer prirodnog sistema koji može biti modelovan na ovaj način su sinapse između neurona. Potrebno je da se dostigne određen naponski prag na membrani neurona kako bi se otvorio odgovarajući jonski kanal i omogućio protok pozitivno i negativno nanelektrisanih jona.

Struja  $i_{SAT}$  je saturaciona funkcija koja onemogućava prekoračenje opsega promenljive stanja. Njena vrednost je zanemariva sve dok se promenljiva stanja ne približi graničnoj vrednosti. Idealizovan oblik funkcije  $i_{SAT}$  je prikazan na Slici 1b i u ovom radu je odabранo da data funkcija bude definisana na sledeći način:

$$i_{SAT} = 0.005 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{x_{max}}\right). \quad (8)$$



Slika 1. Oblici funkcija (a)  $i_g(v_{MR})$  i (b)  $i_{SAT}(x)$  [6]

Parametri modelovanog Zamarenovog memristora su prikazani u Tabeli 1.

$x_{min}(V)$	-10	$k_R^{-1}(nA)$	222	$I_0(\mu A)$	10
$x_{max}(V)$	10	$C_{MR}(mF)$	10	$v_0(V)$	0.1
$x_0(V)$	0			$v_{th}(V)$	1

Tabela 1. Parametri realizovanog Zamarenovog memristora

### 3. MORIS-LEKAROV I LIF MODEL NEURONA

Neuron šalje informacije susednim ćelijama elektrohemski, odnosno preko nanelektrisanih jona. Dok je membrana zatvorena, nema protoka jona i postoji konstantna razlika potencijala između dva kraja ćelijske membrane, koja se zove potencijal mirovanja (engl. *resting potential*). Prilikom kretanja jona, razlika potencijala poprimi oblik šiljka (engl. *spike*) koji se zove akcioni potencijal (engl. *action potential*). Akcioni potencijal ima značajnu ulogu jer biološkim sinapsama omogućava promenu težine sinaptičkih veza [9].

Modeli neuronskih ćelija se dele po svojoj složenosti na tri kategorije – eksplicitni modeli, koji su biološki najtačniji, ali zahtevaju najviše računarskih operacija i simulacije su uglavnom spore; generalni modeli, koji opisuju biološko ponašanje ali izostavljaju neke fizičke karakteristike koje uzrokuju takvo ponašanje; i generički modeli koji okidaju impuls nakon što je pređen neki prag [1]. Generički modeli su najjednostavniji i brzo se simuliraju, ali nisu toliko precizni.

**Moris-Lekarov (ML) model** [7] predstavlja eksplicitni model neuronske ćelije i zasnovan je na mišićnim vlaknima infraklase morskih rakova, viticarima. Pokazano je da za električnu interpretaciju jonskih kanala ML modela neurona potrebno koristiti memristore, umesto vremenski promenljivih otpornika [10], što je prikazano na Slici 2a. Konstitutivne relacije ML modela neurona su definisane na sledeći način :

$$I = C_M \frac{dV}{dt} + I_{ionic}, \quad (9)$$

$$I_{ionic} = I_{Ca} + I_K + I_L, \quad (10)$$

$$I_{Ca} = \bar{g}_{Ca} \cdot M \cdot (V - E_{Na}), \quad (11)$$

$$I_K = \bar{g}_K \cdot N \cdot (V - E_K), \quad (12)$$

$$I_L = g_L \cdot (V - E_L), \quad (13)$$

$$\frac{dM}{dt} = \lambda_M(V)[M_\infty(V) - M], \quad (14)$$

$$\frac{dN}{dt} = \lambda_N(V)[N_\infty(V) - N], \quad (15)$$

gde su:

$$M_\infty(V) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left[ \frac{V - V_1}{V_2} \right] \right\}, \quad (16)$$

$$\lambda_M(V) = \bar{\lambda}_M \cosh \left[ \frac{V - V_1}{2V_2} \right], \quad (17)$$

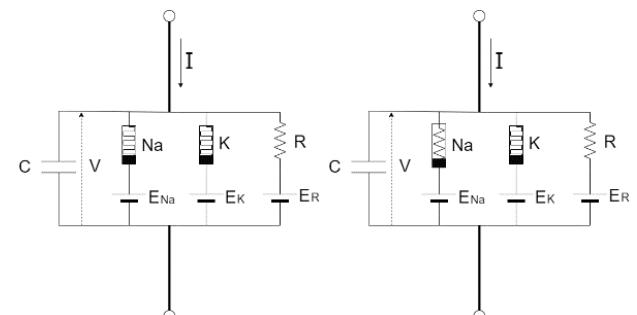
$$N_\infty(V) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left[ \frac{V - V_3}{V_4} \right] \right\}, \quad (18)$$

$$\lambda_N(V) = \bar{\lambda}_N \cosh \left[ \frac{V - V_3}{2V_4} \right]. \quad (19)$$

Jednačine (11) i (14) se mogu pojednostaviti ukoliko se pretpostavi da je kalcijumov jonski kanal značajno brži nego kalijumov, pa će važiti  $\frac{dM}{dt} = 0$ . Time, jednačina (11) postaje:

$$I_{Ca} = \bar{g}_{Ca} \cdot M_\infty(V) \cdot (V - E_{Na}). \quad (20)$$

Redukovani izraz pojednostavljuje modelovanje kalcijumovog kanala pomoću nelinearnog otpornika, Slika 2b. Model poseduje parametre  $\bar{g}_{Na}$ ,  $\bar{g}_K$ ,  $g_L$ ,  $E_{Ca}$ ,  $E_K$ ,  $E_L$ ,  $C_M$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $V_4$  i  $\bar{\lambda}_N$ . Vrednosti parametara datog redukovanih ML neurona su prikazane u Tabeli 2.



Slika 2. (a) Memristivni model ML neurona, (b) Redukovani memristivni model ML neurona

$\bar{g}_{ca}$ ( $mS cm^{-2}$ )	4.4	$E_{ca}$ (mV)	120	$C_M$ ( $\mu F$ )	20	$V_1$ (mV)	-1.2
$\bar{g}_K$ ( $mS cm^{-2}$ )	8	$E_K$ (mV)	-84	$\bar{\lambda}_N$ ( $ms^{-1}$ )	0.04	$V_2$ (mV)	18
$g_L$ ( $mS cm^{-2}$ )	2	$E_L$ (mV)	-60			$V_3$ (mV)	2

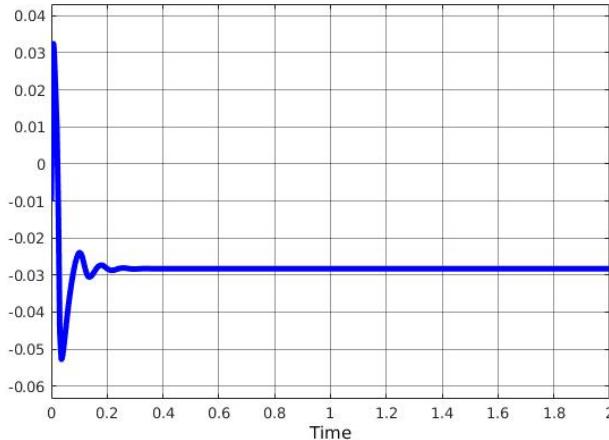
				$V_4$ (mV)	30
--	--	--	--	---------------	----

Tabela 2. Parametri realizovanog redukovaniog ML neurona

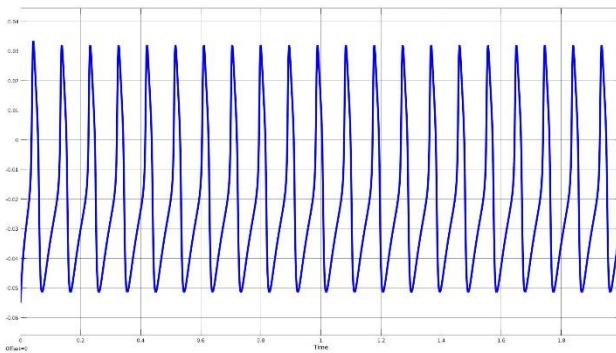
ML neuron se može naći u tri stanja ukoliko je pobuđen jediničnom pobudom

$$i(t) = I \cdot h(t), \quad (21)$$

pri čemu je  $h(t)$  Hevisajdova funkcija – stabilnom, bistabilnom i nestabilnom stanju, zavisno od vrednosti konstante  $I$  i početnog stanja neurona [10]. U stabilnom stanju, napon se približava radnoj tački određenoj vrednošću  $I = 85\mu A$ , Slika 3. U bistabilnom stanju, napon, odnosno akcioni potencijal periodično osciluje pri vrednosti  $I = 93\mu A$ , Slika 4. U oba slučaja svi parametri su kao u Tabeli 2.



Slika 3. Talasni oblik vremenskog signala napona strujom kontrolisanog ML neurona u stabilnom režimu

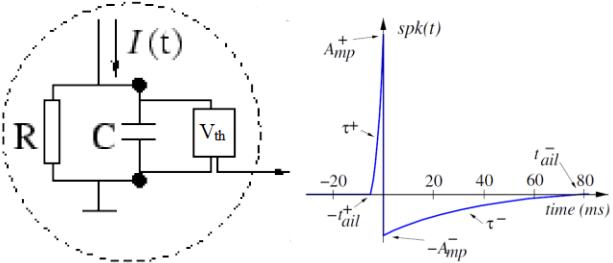


Slika 4. Talasni oblik vremenskog signala napona strujom kontrolisanog ML neurona u bistabilnom režimu

**LIF neuron** (engl. *Leaky Integrate and Fire*) predstavlja generički (najjednostavniji i najrasprostranjeniji) model neurona i sastoji se iz RC integratora i okidačkog kola, Slika 5. Kada napon na kondenzatoru pređe određeni prag,  $V_{th}$ , okidačko kolo na svom izlazu generiše

specifičnu funkciju napona koja je fitovana da odgovara neuronskom akcionom potencijalu [6]:

$$v(t) = \begin{cases} A_{mp}^+ \frac{e^{t/\tau_{ail}^+} - e^{t_{ail}^+/\tau_{ail}^+}}{1 - e^{t_{ail}^+/\tau_{ail}^+}}, & -t_{ail}^+ < t < 0 \\ -A_{mp}^- \frac{e^{-t/\tau_{ail}^-} - e^{-t_{ail}^-/\tau_{ail}^-}}{1 - e^{-t_{ail}^-/\tau_{ail}^-}}, & 0 < t < t_{ail}^- \\ 0, & \text{inače} \end{cases}. \quad (22)$$



Slika 5. (a) LIF neuron [11]  
(b) funkcija akcionog potencijala [6]

Nakon okidanja, resetuje se ulazni napon na početnu vrednost. Parametri odabrani za funkciju akcionog potencijala su prikazani u Tabeli 3.

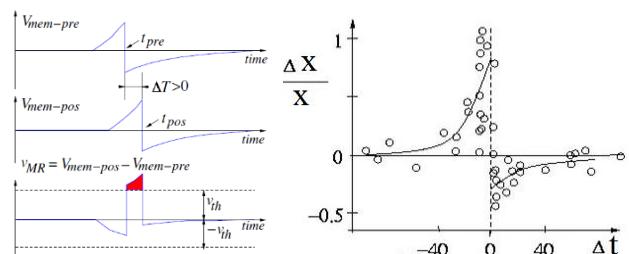
$A_{mp}^+(V)$	1	$t_{ail}^+(ms)$	5	$\tau_{ail}^+(ms)$	40	$V_{th}(V)$	0.9
$A_{mp}^-(V)$	0.25	$t_{ail}^-(ms)$	75	$\tau_{ail}^-(ms)$	3		

Tabela 3. Parametri realizovanog LIF neurona

#### 4. IMPLEMENTACIJA STDP PRAVILA UČENJA NA MEMRISTIVNOJ SINAPSI

Sinapsa predstavlja strukturu koja omogućava protok električnih i hemijskih signalima od jednog neurona do drugog. U ljudskom mozgu, postoji između  $10^3$  i  $10^4$  sinapsi po neuronu [6]. Sposobnost biološkog učenja predstavlja sposobnost promene (jačanja ili slabljenja) težine sinaptičkih veza između neurona [12]. Jedan od električnih elemenata koji se koristi za modelovanje sinapsi je memristor [13], gde se težina sinaptičkih veza implementira nekom promenljivom stanju, a promena vrednosti promenljive stanja postiže dovodenjem odgovarajućeg signala.

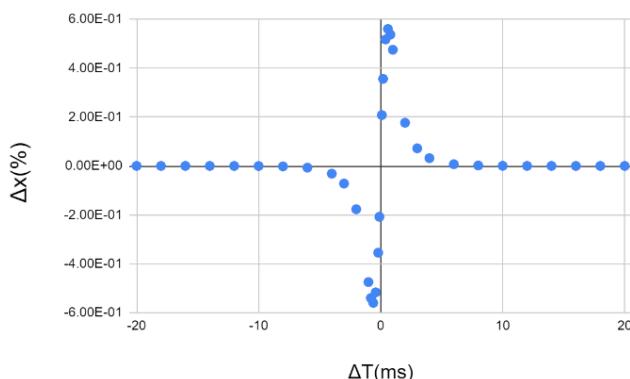
**STDP** (engl. *Spike Time Dependent Plasticity*) predstavlja mehanizam učenja bioloških sinapsi, na osnovu razlike u vremenu između pojave akcionalih potencijala presinaptičkog i postsinaptičkog neurona [9]. Detaljnije, što je manja apsolutna vrednost razlike u vremenima okidanja  $|\Delta T|$ , to je veća promena težine sinapse po apsolutnoj vrednosti i obratno.



Slika 6. (a) STDP mehanizam [6],  
(b) Procentualna promena težine u zavisnosti od  $\Delta T$  [9]

Na Slici 6 se može primetiti način funkcionisanja STDP mehanizma. Što je razlika u vremenu okidanja kraća između neurona, to je promena težine sinaptičkih veza veća, odnosno povećava se površina osenčena crvenom bojom i obratno.

U Simulink-u je iskorišćen akcioni potencijal LIF neurona za demonstraciju funkcionisanja STDP pravila na Zamarenovom memristivnom modelu sinapse. Dobijeni rezultati su prikazani na Slici 7.



Slika 7. STDP funkcija kod Zamarenovog memristora

## 5. ZAKLJUČAK

U ovom radu je opisana softverska implementacija Morris-Lekarovog modela neurona, Zamarenovog memristivnog modela sinapse i implementacija STDP pravila učenja kod Zamarenovog memristora. Implementirani modeli se mogu koristiti u brzoj simulaciji ponašanja složenijih bioloških struktura, kao što su prirodne neuronske mreže. U master radu, iz kog je proistekao rad za ovaj zbornik, su u Matlab-u, Simulink-u i Simscape-u implementirani i drugi modeli memristora i neurona, kao što su Hodžkin-Haksljiev model neurona [14] [15], VTEAM model memristora [16] i HP model memristora [3], koji ovde nisu mogli biti prikazani zbog ograničenja dužine teksta.

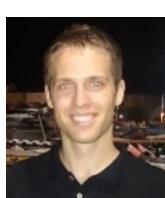
## 6. LITERATURA

- [1] M. Johnson and S. Chartier, "Spike neural models (part I): The Hodgkin-Huxley model," *The Quantitative Methods for Psychology*, vol. 13, no. 2, pp. 105-119.
- [2] L. Chua, "Memristor - The Missing Circuit Element," *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. 18, 5 September 1971.
- [3] D. B. Strukov, G. S. Snider, D. R. Stewart and R. S. Williams, "The missing memristor found," *Nature*, vol. 453, pp. 80-83, 1 May 2008.
- [4] O. Krestinskaya, A. P. James and L. O. Chua, "Neuromemristive circuits for edge computing: A review," *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, vol. 31, no. 1, pp. 4-23, 2019.
- [5] M. Zidan, J. Strachan and W. Lu, "The future of electronics based on memristive systems," *Nature Electronics*, vol. 1, p. 22–29, 2018.
- [6] C. Zamarreño-Ramos, L. A. Camuñas-Mesa, J. A. Pérez-Carrasco, T. Masquelier, T. Serrano-

Gotarredona and B. Linares-Barranco, "On spike-timing-dependent-plasticity, memristive devices, and building a self-learning visual cortex," *Frontiers in Neuroscience*, vol. 5, 17 March 2011.

- [7] C. Morris and H. Lecar, "Voltage oscillations in the barnacle giant muscle fiber," *Biophysical Journal*, vol. 35, no. 1, pp. 193-213, 1 July 1982.
- [8] L. Chua, "Everything You Wish To Know About Memristors But Are Afraid To Ask," *Radioengineering*, vol. 24, no. 2, pp. 319-368, 2 June 2015.
- [9] J. Sjöström and W. Gerstner, "Spike-timing dependent plasticity," *Scholarpedia*, vol. 5, 2010.
- [10] M. P. Sah, H. Kim, A. Eroglu and L. Chua, "Memristive Model of the Barnacle Giant Muscle Fibers," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 26, no. 1, p. 1630001, 2016.
- [11] W. Gerstner and W. M. Kistler, *Spiking Neuron Models*, Cambridge University Press, 2002.
- [12] M. M. Adnan, S. Sayyaparaju, G. S. Rose, C. D. Schuman, B. W. Ku and S. K. Lim, "A Twin Memristor Synapse for Spike Timing Dependent Learning in Neuromorphic Systems," in *2018 31st IEEE International System-on-Chip Conference (SOCC)*, 2018 .
- [13] M. P. Sah, H. Kim and L. O. Chua, "Brains Are Made of Memristors," *IEEE Circuits and Systems Magazine*, vol. 14, no. 1, pp. 12-36, 2014.
- [14] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, "A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve," *The Journal of physiology*, vol. 117, no. 4, pp. 500-544, 28 August 1952.
- [15] L. Chua, V. Sbitnev and H. Kim, "Hodkin-Huxley Axon Is Made Of Memristors," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 22, no. 3, pp. 123011--, 2012.
- [16] S. Kvatinsky, M. Ramadan, E. G. Friedman and A. Kolodny, "VTEAM - A General Model for Voltage Controlled Memristors," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 62, no. 8, 2015.

## Kratka biografija:



Vladimir Vincan je rođen i odrastao u Novom Sadu. Završio je gimnaziju „Jovan Jovanović Zmaj“ i 2015. godine upisao Fakultet tehničkih nauka, smer „Energetika, elektronika i telekomunikacije“. 2020. godine je odbranio diplomski rad i iste godine upisao master studije iz oblasti embeded sistema i algoritama.