

DINAMIČKI MODEL ŠESTOFAZNE KAVEZNE ASINHRONE MAŠINE**DYNAMIC MODEL OF A SIX-PHASE SQUIRREL-CAGE INDUCTION MACHINE**Milan Vranješ, Dejan Jerkan, *Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad***Oblast – ELEKTROTEHNIKA I RAČUNARSTVO**

Kratak sadržaj – U radu je prikazan detaljan dinamički model asimetrične šestofazne kavezne asinhronne mašine koji uzima u obzir više prostorne harmonike polja, tj. više harmonike induktivnosti namotaja. Parametri modela su određeni pomoću FEM modela mašine. Primenom formiranog modela analizirani su karakteristični prelazni procesi i ustaljeni radni režimi sa posebnim akcentom na prednostima složenijeg modela u odnosu na uobičajene modele koji u obzir uzimaju samo osnovne prostorne harmonike polja.

Ključne reči: Asimetrična šestofazna asinhronna mašina, FEM model, prelazni procesi

Abstract The paper presents a detailed dynamic model of an asymmetrical six-phase squirrel-cage induction machine that takes into account higher spatial harmonics of the field, i.e. higher harmonics of inductance of the coil. The model parameters are determined using the FEM model of the machine. By applying the formed model the characteristic transitional processes and working steady regimes are analysed with particular emphasis on the advantages of a more complex model over convention models that take into account only the fundamental spatial harmonics of the field.

Keywords: Asymmetrical six-phase induction machine, FEM model, transitional processes

1. Uvod

Poslednjih godina, višefazne asinhronne mašine sa kaveznim rotorom (AM), kao pogonska rešenja pokazuju veliki potencijal za implementaciju u električnim vozilima. Asimetrični šestofazni AM je jedan od najpopularnijih izbora za takve pogone, posebno jer se njegovi namotaji statora sastoje od dva trofazna sistema koji su nezavisno povezani u dve sprege Y. Da bi se istražilo ponašanje ovakvih višefaznih sistema, potrebno je raspolagati sa adekvatnim matematičkim modelom mašine. U ovom radu biće korišćena MCCA (Multiple Coupled Circuit Approach) metoda za matematičko modelovanje mašine, pri čemu se akvizicija matrice induktivnosti mašine vrši serijom magnetostatičkih 2D FEA simulacija.

NAPOMENA:

Ovaj rad proistekao je iz master rada, čiji mentor je bio dr Dejan Jerkan, vanr. prof.

Magnetostatičke 2D-FEA simulacije su sa stanovišta numeričke složenosti najjednostavnije simulacije, koje se mogu izvesti sa zadovoljavajućom brzinom, pogotovo

kada je pod određenim uslovima dopušteno mašinu modelovati magnetski linearnim materijalima. Prostorni oblici induktivnosti mašine dobijeni pomoću FEA simulacija se primenom MCCA metode koriste kao ulazni parametri u modelu mašine. Od načina njihove numeričke interpretacije zavisi i kvalitet razvijenog MCCA modela. Pored jednostavnije primene *lookup* tabela, postoji i rešenje u kojem se prostorni oblici induktivnosti razvijaju u Furijeov red i tako ugrađuju u MCCA model. U ovom radu je primenjeno upravo rešenje sa razvojem u Furijeov red, koje nudi mogućnost za uvažavanje ili odbacivanje pojedinih članova reda, kako bi se mogao selektivno istraživati njihov uticaj, što kod primene *lookup* tabela nije slučaj. Sa druge strane, *lookup* tabele su jednostavnije za implementaciju i manje su numerički zahtevne. Predloženi model mašine će biti verifikovan simulacijom test rutine (zalet mašine i nakon nekog vremena opterećivanje) i analizom karakterističnih električnih i mehaničkih veličina. Za potrebe ovog rada analizirana je šestofazna asimetrična AM, nazivne snage 1,1 kW. Mašina ima 36 žlebova na statoru i 33 na rotoru.

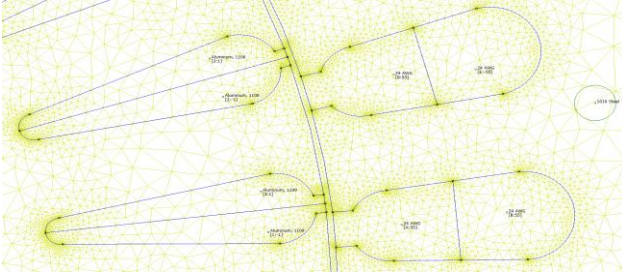
2. Implementacija dinamičkog modela asimetrične šestofazne asinhronne mašine

Kao što je istaknuto u prethodnom poglavlju, za modelovanje šestofazne asinhronne mašine biće korišćen dinamički MCCA model mašine, a akvizicija matrice induktivnosti izvršena primenom FEA simulacija. Dinamički MCCA model će biti implementiran u okruženju MATLAB&Simulink, a FEA simulacije će biti izvršene pomoću FEMM 4.2 alata. Integracija MATLAB&Simulink i FEMM 4.2 je omogućena primenom MATLAB-ovog *toolbox*-a OctaveFEMM [5].

2.1. Opis FEM modela i postupka za određivanje matrice induktivnosti mašine

Za potrebe ovog rada je korišćen besplatni softver FEMM 4.2, koji je dostupan za preuzimanje sa stranice [4]. FEMM 4.2 omogućava uvoz geometrije problema iz drugih programskih paketa. Nakon ubacivanja geometrije se može pristupiti postupku definisanja svojstava materijala svakom disjunktnom delu crteža. Nakon definisanja materijala od kojeg je sačinjen određeni deo poprečnog preseka mašine, može se pristupiti i formiranju namotaja mašine, tako što se domenu koji pripada određenom statorskom žlebu dodeli i pripadnost određenom električnom kolu, sa odgovarajućim brojem provodnika koji su smešteni u taj žleb, a ujedno se zadaje i orijentacija samih provodnika. Program dozvoljava isključivo pobuđivanje strujnim izvorima, što predstavlja određenu

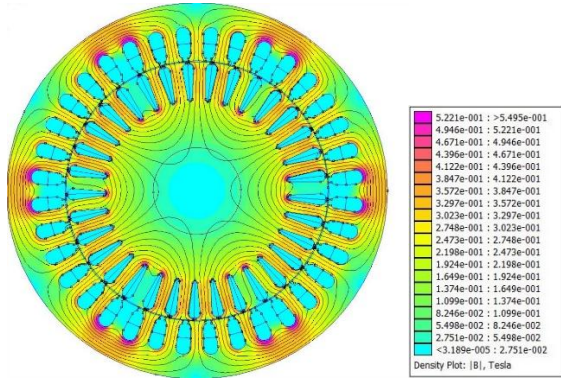
poteškoću koja se može prevazići kombinovanjem simulacija sa eksperimentalnim rezultatima. Nakon pravilno formulisane geometrije problema i svojstava svakog dela poprečnog preseka mašine, može se pristupiti definisanju gustine mreže konačnih elemenata. Detalj formirane mreže u okolini vazdušnog zazora – slika 2.1.



Slika 2.1 Detalj mreže konačnih elemenata.

Za potrebe izračunavanja induktivnosti je najpodesnije koristiti magnetostatičke simulacije u kojima se pobuđuje određeni namotaj i to jednosmernom strujom, pa se na osnovu izračunatih fluksnih obuhvata izračunavaju sopstvene i međusobne induktivnosti. Zbog zavisnosti induktivnosti od trenutnog položaja rotora potrebno je uraditi veći broj simulacija za različite položaje rotora.

U radu su izvršene simulacije sukvesivnom rotacijom rotora sa korakom od 1,5 mehaničkih stepeni, što znači ukupno 240 magnetostatičkih simulacija za jedan pun obrtaj. Na slici 2.2 je prikazan odziv magnetostatičke simulacije nad linearnim modelom mašine, za slučaj pobuđivanja namotaja faze a jednosmernom strujom intenziteta $I=1$ A. Primenom opisanog postupka dobijeni su diskretni nizovi svih induktivnosti u mašini u zavisnosti od položaja rotora.



2.2 Odziv linearne magnetostatičke simulacije. Namotaj faze a pobuđen jednosmernom strujom intenziteta $I=1$ A.

2.2. Razvijanje odbiraka induktivnosti u diskretnan Furijeov red

Dobijene diskretne nizove svih induktivnosti u mašini u zavisnosti od položaja rotora je sada potrebno na adekvatan način interpretirati za potrebe dinamičkog modela. U ovom modelu je korišćen pristup koji se zasniva na činjenici da su sve induktivnosti u rotacionoj mašini periodične funkcije položaja rotora, te se stoga odbirci dobijeni diskretnim magnetostatičkim simulacijama mogu predstaviti preko koeficijenata Furijeovog razvoja u red. Neka se razmatra periodična funkcija $f(x)$ sa osnovnom

periodom 2π . Takva funkcija se može predstaviti preko sume u obliku Furijeovog reda (2.1), dok je definicija koeficijenata reda data relacijom (2.2).

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(nx) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin(nx) \quad (2.1)$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \cos(nx) dx, \\ b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \sin(nx) dx \quad (2.2)$$

Rezultati dobijeni magnetostatičkim simulacijama su diskretne veličine, te se na njih zapravo primenjuje diskretizovana verzija razvoja u Furijeov red. Prikazanim postupkom se u potpunosti rekonstruiše matrica induktivnosti mašine, na način koji je izuzetno praktičan za računarsku implementaciju dinamičkog modela.

2.4. Opis MATLAB&Simulink MCCA dinamičkog modela

MCCA model mašine se zasniva na jednačinama naponske raznoteže. Električna kola (konture) u električnoj mašini su međusobno magnetno spregnute i zbog varijacije njihovog međusobnog položaja matrica induktivnosti je složena funkcija geometrije mašine i položaja rotora. Matrična jednačina (2.3) obuhvata sva električna kola u asinhronoj mašini, i faze statora i rotorske petlje (broj petlji rotora je jednak broju rotorskih štapova N_B , a jednačinama (2.4)-(2.12) su definisani svi vektori i submatrice koje se koriste u ovoj jednačini. Matrice induktivnosti stator-stator i rotor-rotor L_{ss} i L_{rr} mogu se smatrati konstantnim ako njihova mala varijacija kao rezultat ožljebljenosti nije od interesa, dok su matrice stator-rotor i rotor-stator L_{sr} i L_{rs} uvek periodične funkcije električnog ugla položaja rotora ϑ .

$$\begin{bmatrix} U_s \\ U_r \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} R_{ss} & 0 \\ 0 & R_{rr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr} \\ L_{rs} & L_{rr} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

$$U_s = [U_a \ U_b \ U_c \ U_d \ U_e \ U_f]^T, \quad (2.4)$$

$$U_r = [0 \ \dots \ 0]_{N_B}^T, \quad (2.5)$$

$$I_s = [I_a \ I_b \ I_c \ I_d \ I_e \ I_f]^T, \quad (2.6)$$

$$I_r = [I_{r1} \ \dots \ I_{rN_B}]_{N_B}^T, \quad (2.7)$$

$$R_{ss} = \text{diag}(R_s \ R_s \ R_s \ R_s \ R_s \ R_s), \quad (2.8)$$

$$R_{rr} = \text{diag}(R_r \ \dots \ R_r), \quad (2.9)$$

$$L_{ss} = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} & M_{ad} & M_{ae} & M_{af} \\ M_{ba} & L_b & M_{bc} & M_{bd} & M_{be} & M_{bf} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_c & M_{cd} & M_{ce} & M_{cf} \\ M_{da} & M_{db} & M_{dc} & L_d & M_{de} & M_{df} \\ M_{ea} & M_{eb} & M_{ec} & M_{ed} & L_e & M_{ef} \\ M_{fa} & M_{fb} & M_{fc} & M_{fd} & M_{fe} & L_f \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

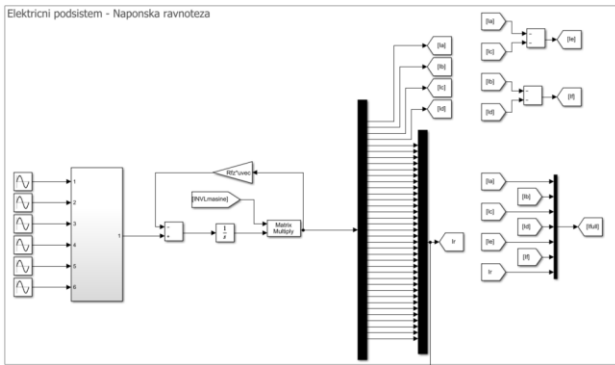
$$L_{sr} = \begin{bmatrix} M_{ar1} & M_{ar2} & \dots & M_{arN_B-1} & M_{arN_B} \\ M_{br1} & M_{br2} & \dots & M_{brN_B-1} & M_{brN_B} \\ M_{cr1} & M_{cr2} & \dots & M_{crN_B-1} & M_{crN_B} \\ M_{dr1} & M_{dr2} & \dots & M_{drN_B-1} & M_{drN_B} \\ M_{er1} & M_{er2} & \dots & M_{erN_B-1} & M_{erN_B} \\ M_{fr1} & M_{fr2} & \dots & M_{frN_B-1} & M_{frN_B} \end{bmatrix}_{6 \times N_B}, \quad (2.11)$$

$$L_{rr} = \begin{bmatrix} L_{r1} & M_{r12} & \dots & M_{r1(N_B-1)} & M_{r1N_B} \\ M_{r21} & L_{r2} & \dots & M_{r2(N_B-1)} & M_{r2N_B} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ M_{r(N_B-1)1} & 0 & \dots & L_{rN_B-1} & M_{r(N_B-1)N_B} \\ M_{rN_B1} & M_{rN_B2} & \dots & M_{rN_B(N_B-1)} & L_{rN_B} \end{bmatrix}_{N_B \times N_B} \quad (2.12)$$

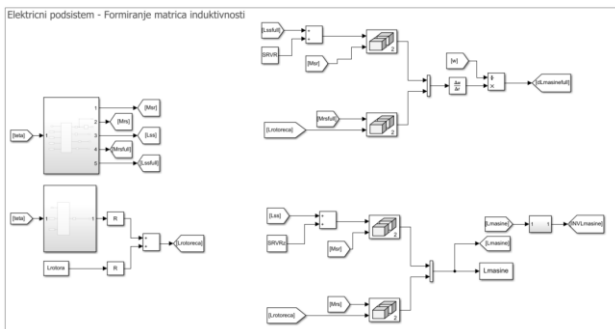
Generisanje obrtnog momenta u MCCA modelu asinhronne mašine je modelovano po principu virtuelnog rada. Sve submatrice su u opštem slučaju zavisne od ugla θ , tako da sve one učestvuju u stvaranju obrtnog momenta.

$$T_e = \frac{1}{2} p \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix}^T \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr} \\ L_{rs} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

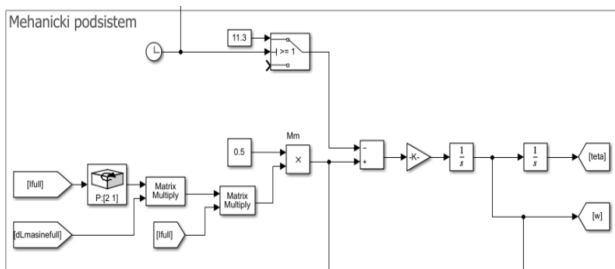
MCCA dinamički model mašine je implementiran u MATLAB&Simulink okruženju. Na slikama 2.3-2.5 su istaknuti karakteristični delovi Simulink modela.



Slika 2.3 Električni podsistem modela (jednačine naponske ravnoteže).



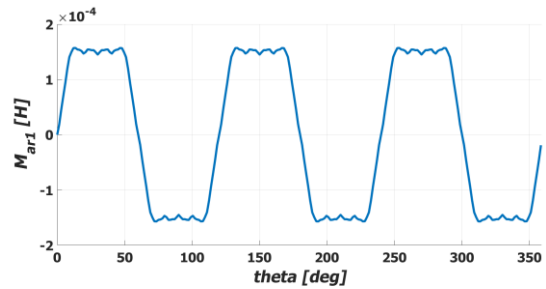
Slika 2.4 Blokovi za dinamičko formiranje matrica induktivnosti.



Slika 2.5 Mehanički podsistem (Njutnova jednačina kretanja).

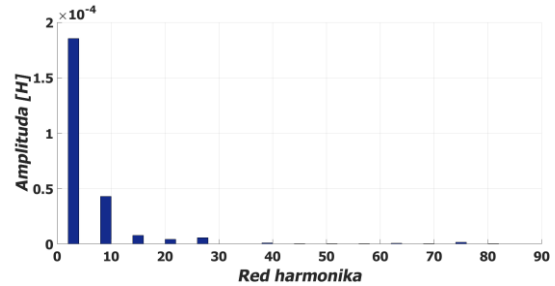
3. REZULTATI I DISKUSIJA REZULTATA SIMULACIJA

Na slici 3.1 prikazan je prostorni oblik međusobne statorsko-rotorske induktivnosti $M_{ar1}(\theta)$. Ona predstavlja međuinduktivnost statorske faze A i rotorske petlje 1. Prema očekivanjima, ova međuinduktivnost predstavlja pravu naizmeničnu veličinu jer je jedan od namotaja (rotorska petlja) u relativnom kretanju u odnosu na stojeći namotaj faze A. Karakterističan trapezasti oblik kojim je dominantno određena ova induktivnost jeste posledica raspodeljenosti statorskih namotaja kojima se postiže da magnetopobudna sila statora gledano sa strane rotora što više nalikuje prostoperiodičnoj. Uz trapezasti oblik se primećuju i manje oscilacije višeg harmonijskog reda, koje su direktna posledica postojanja žlebova na statoru.



Slika 3.1 Međusobna statorsko-rotorska induktivnost $M_{ar1}(\theta)$; linearna magnetostatička simulacija.

Trapezni oblik poseduje karakteristične harmonike neparnog reda (1, 3, 5, 7...). Kako je ovde izvršen razvoj talasnog oblika u punom mehaničkom obrtaju, pobrojani neparni harmonici će biti tri puta većeg reda (3, 9, 15, 21...) što se i jasno vidi na slici 3.2.

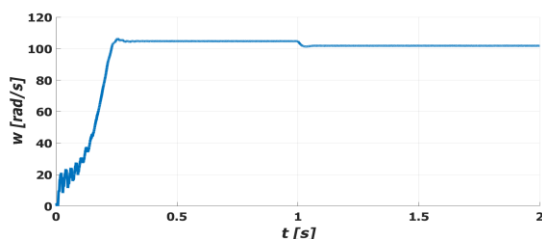


Slika 3.2 Spektar viših harmonika međusobne induktivnosti $M_{ar1}(\theta)$.

3.1. Prikaz i analiza odziva modela za izabrani test scenario – zaletanje mašine do ustaljenog stanja praćeno naglim povećanjem opterećenja

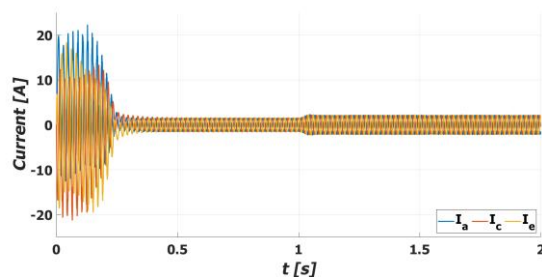
Nakon diskutovanih talasnih oblika induktivnosti će se pristupiti diskusiji odziva dobijenih simulacijama nad MCCA modelom u Simulink-u. Za testiranje modela je izabran sledeći profil prelaznog procesa: najpre se vrši zalet neopterećene mašine nametanjem punog napona napajanja (direktan start); Nakon uspešno obavljenog zaleta u trenutku $t=1s$ mašini se skokovito nameće nominalni momenat opterećenja u iznosu od 11,3 Nm; Profil prelaznog procesa se okončava ustaljivanjem brzine na nižu vrednost određenu nametnutim opterećenjem, te se taj stacionarni režim dopušta do vremenskog trenutka $t=2s$

koji je određen za završetak simulacije. Na slici 3.3 je prikazan talasni oblik mehaničke brzine obrtanja nametnutog profila. Primećuje se prelazni proces tokom zaletanja mašine sa značajnije izraženim oscilacijama od onih karakterističnih za odzive klasičnih dinamičkih modela. Složenoperiodične induktivnosti mašine značajnije doprinose izobličenju elektromagnetnog momenta (pojava tzv. parazitinih momenata konverzije), što se podsredstvom Njutnove jednačine kretanja odražava i na talasni oblik uspostavljene brzine.



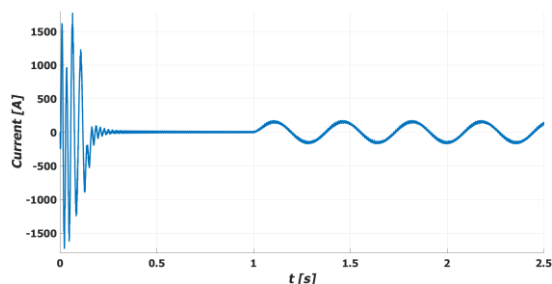
Slika 3.3 Odziv mehaničke brzine mašine.

Na slici 3.4 prikazani su talasni oblici faznih struja jednog od statorskih trofaznih namotaja (ACE). Primećuje se karakterističan porast amplitude tokom zaleta, kao i porast u odnosu na struje pri prelasku iz praznog hoda u nazivno opterećenje.



Slika 3.4 Talasni oblici statorskih struja I_a , I_c , I_e

Interesantno je prikazati i talasni oblik struje jedne od rotorskih petlji tokom razmatranog prelaznog procesa – slika 3.5 Primećuju se vrlo velike amplitude struje u početnim trenucima zaleta, te njihov pad na praktično nultu vrednost nakon postizanja ustaljenog režima praznog hoda (režim sa klizanjem kojem teži nuli – nema indukovanja struja). Nakon opterećivanja mašine nazivnim momentom dolazi do indukovanja struja u rotorskim petljama na frekvenciji koja je proporcionalna klizanju (7% od statorske učestanosti od 50 Hz) što se jasno vidi u sporopromenljivom talasnom obliku nakon trenutka $t = 1$ s. Takodje se primećuje da je reč o složenoperiodičnom talasnom obliku u ustaljenom nazivnom režimu.



Slika 3.5 Talasni oblik struje jedne rotorske petlje.

3. ZAKLJUČAK

U radu je prikazan postupak određivanja diskretnih talasnih oblika induktivnosti šestofazne asimetrične asinhronne mašine primenom metode konačnih elemenata, pod pretpostavkom linearnosti magnetne sredine. Talasni oblici se zatim koriste u razvijanju dinamičkog MCCA modela, tako što su induktivnosti u matricama modela predstavljene preko koeficijenata razvoja u Furijeov red. Pokazano je da MCCA model efikasno uvažava pojavu viših harmonika u odzivima, a koji su posledica uvažanih složenoperiodičnih talasnih oblika induktivnosti. Model u sadašnjoj formi se može koristiti za istraživanje uticaja pojedinih vrsta kvarova u mašini na harmonijski sastav njenih terminalnih veličina (struja, momenta, brzine...), čime se otvara prostor za razvijanje neinvazivnih tehnika za otkrivanje unutrašnjih kvarova u mašinama.

4. LITERATURA

- [1] D. G. Jerkan, D. D. Reljić and D. P. Marčetić, "Broken Rotor Bar Fault Detection of IM Based on the Counter-Current Braking Method," in IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 32, no. 4, pp. 1356-1366, Dec. 2017.
- [2] M. Ojaghi, M. Sabouri and J. Faiz, "Performance Analysis of SquirrelCage Induction Motors Under Broken Rotor Bar and Stator Inter-Turn Fault Conditions Using Analytical Modeling," in IEEE Trans. on Magnetics, vol. 54, no. 11, pp. 1-5, Nov. 2018, Art no. 8203705.
- [3] Joksimovic, G.; Djurovic, M; Penman, J., "Cage rotor MMF: Winding Function Approach," Power Engineering Review, IEEE, Vol. 21, No. 4, 64-66, April 2001.
- [4] D. Meeker, "Finite element method magnetics: Download," Finite Element Method Magnetics, <https://www.femm.info/wiki/Download> (accessed Sep. 1, 2023).
- [5] D. Meeker, "Finite element method magnetics: Octavefemm - femm.info," Finite Element Method Magnetics, <https://www.femm.info/wiki/Files/files.xml?action=download&file=octavefemm.pdf> (accessed Sep. 1, 2023).

Kratka biografija:

Milan Vranješ rođen je u Novom Sadu 1997. god. Master rad na Fakultetu tehničkih nauka iz oblasti Elektrotehnike i računarstva – Energetska elektronika i električne mašine odbranio je 2024.god.

Dejan Jerkan je vanr. prof na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu, na Katedri za Energetsku elektroniku i pretvarače. Oblast interesovanja su mu modelovanje i dijagnostika električnih mašina, kao i metoda konačnih elemenata.