

**МЕТОДЕ ИНЖЕЊЕРСКЕ АНАЛИЗЕ И САВЕРЕМЕНИХ ТЕХНИКА
ПРОЈЕКТОВАЊА НА ПРИМЕРУ РАЗВОЈА ШАСИЈЕ ТРКАЧКОГ БОЛИДА****METHODS OF ENGINEERING ANALYSIS AND MODERN DESIGNING TECHNIQUES
IN DEVELOPMENT OF A RACE CAR CHASSIS**

Марко Задрић Бардак, Драган Живанић, *Факултет техничких наука, Нови Сад*

Област - МАШИНСТВО

Кратак садржај – Инжењерска анализа и савремене технике пројектовања представљају елементарне алате којима се инжењери модерне индустрије служе у свакодневном пројектовању. У овом раду биће описана теоријска основа поменутих метода, такође ће бити приказана практична примена метода на примеру развоја, пројектовања и анализе шасије тркачког болида.

Кључне речи: пројектовање, инжењерска анализа, развој, МКЕ

Abstract – Engineering analysis and modern designing techniques represent essential tools that are used everyday by engineers in the modern industry. This paper will describe the theoretical basis of the mentioned methods, it will also present the practical usage of the methods on the example of development, designing and analysis of a race car chassis.

Keywords: Design, engineering analysis, development, FEA

1. УВОД

Инжењерска анализа у машинству представља фундаментални алат за разумевање, пројектовање и оптимизацију механичких система. Инжењерска анализа подразумева систематски приступ моделовању физичких појава помоћу коришћења савремених нумеричких метода и софтверских алата. Анализа омогућава инжењерима да предвиде понашање компоненти и система услед различитих услова оптерећења, температуре и режима рада. У овом раду обрађени су теоријски основи инжењерске анализе, њене кључне методе као што су метода коначних елемената (МКЕ), метода коначних запремина (МКЗ) и остали аналитички приступи [1]. Такође, детаљно су размотрене примене инжењерске анализе у конструкцијама, преносу топлоте, динамици система и протоку флуида, уз студије случаја из праксе.

НАПОМЕНА:

Овај рад је проистекао из мастер рада чији ментор је био др Драган Живанић, редовни професор.

2. ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ

Основни концепт методе коначних елемената се заснива на претпоставци да се сложен континуални систем може апроксимирати дискретним скупом коначних елемената који су међусобно повезани у чворове [2]. Сваки елемент се понаша према дефинисаним законима, на пример према Хуковом закону за линеарно еластичне материјале. Основа математичке формулације полази од диференцијалне једначине равнотеже и примењује се принцип виртуелног рада или варијациони приступ. Дискретизацијом се добија систем линеарних или нелинеарних алгебарских једначина:

$$[K] \cdot \{u\} = \{F\} \quad (1)$$

Где су:

$[K]$ – матрица крутости;

$\{u\}$ – вектор померања;

$\{F\}$ – вектор спољашњих сила.

Циљ статичке анализе је израчунавање напона идеформација унутар конструкционог елемента. Унутрашњи напони се развијају у телу на начин који обезбеђује равнотежу унутар сваког дела запремине, тако да се може применити принцип равнотеже, како би се израчунале ове величине, односно да је сума свих сила које делују на ограничену запремину тела једнака нули. Овакав принцип рада омогућује брзо решење на примеру једноставне греде – уз помоћ равнотеже сила могуће је израчунати момент савијања и силу смицања, а из тога даље израчунати нормалне и тангенцијалне напоне. Применом равнотеже на 2D облике рачун постаје тежи, а за 3D тела још сложенији.

Метода коначних елемената приступа решавању оваквог сложеног проблему тако што тело дели на већи број малих елемената који су међусобно повезани чворовима. Овакав процес се назива дискретизација, а скуп елемената и чворова се назива мрежа (*mesh*). Дискретизација је корисна јер у том случају процес рачуна из закона равнотеже мора бити задовољен само над коначним бројем дискретних елемената, уместо над целим телом. Резултат дискретизације је просторна мрежа коначних елемената у облику геометрије задатог модела. Кориснику је омогућено да произвољно изабере

густину мреже коначних елемената која директно зависи од величине коначног елемента. Број коначних елемената знатно утиче на захтеве перформанси рачунара па тако и на потребан временски период који рачунар изискује како би дошао до решења анализе. Такође, што су коначни елементи мањи и њихова количина већа, то ће вредности резултата анализе бити прецизнији.

3. ПОСТУПАК МОДЕЛИРАЊА И ПРИПРЕМЕ МОДЕЛА ЗА АНАЛИЗУ

Рачунарски подржано пројектовање (CAD) представља инжењерски процес у коме се проблеми са којима се инжењери сусрећу у реалном свету, представљају помоћу графичких и запреминских тродимензионалних модела који су добијени путем рачунара. Поменути поступком се креира дигитални близанац производа у рачунарском окружењу на којем је могуће вршити брзе измене, анализе и прорачуне, као и креирање техничке документације. Процес геометријског моделовања шасије започет је дефинисањем координатног почетка, чија X оса представља подужну осу, док Y оса представља осу предње осовине тркачког болида. Затим се дефинисала раван која пролази кроз поменуту осу, али и кроз вертикалну Z осу чиме се добила раван која је коришћена као нулта раван модела. Нове равни су креиране помоћу команде којом се дефинише одстојање од нулте равни, где се за поменуту мерну величину увео параметар ради лакше касније промене.

Следећи корак у параметарском моделовању је било дефинисање и повезивање дефинисаних параметара са мерним величинама као што су дужине и углови. Нови уведени параметри, су затим математичком формулом изједначени, а потом су им дефинисани називи параметара. На основу креиране референтне просторне геометрије, уведени су цевни профили стандардних величина помоћу алата *Frame generator* [4] чиме се добија изглед коначног тродимензионог модела анализираниог производа.

Генерисање мреже односно дискретизација тродимензионог модела шасије на коначни број елемената извршена је путем модула *NASTRAN*, помоћу којег је омогућено кориснику да произвољно изабере величину коначног елемента, која директно утиче на прецизност резултата симулације и временско трајање рачунарске анализе. Затим су дефинисани гранични услови у складу са сценаријем оптерећења. Потом су на основу анализе већ постојеће научне литературе [5, 8-13] уведена оптерећења. Вредности оптерећења добијена су путем прорачуна који користи елементарне механичке принципе једначина равнотеже.

Прорачун је обухватио случајеве оптерећења који се помињу у техничком правилнику студентског такмичења *Formula student* [6]. Анализирали су случајеви попут оптерећења шасије торзионим моментом у тренутку наилазка тркачког болида на избочину или рупу у подлози; случај оптерећења моментом савијања услед сопствене силе тежине и

тежине комопонената и система на возилу, случај ударног оптерећења предњег краја болида; случај ударног оптерећења бочне стране болида.

Поменути сценарији су изабрани за критичне случајеве анализе на основу смерница дефинисаним техничким правилником такмичења. У техничком правилнику најстрожије су дефинисани безбедносни услови тркачког болида. Сигурност конструкције доказује се анализом вредности максималних напона шасије у случајевима ударног оптерећења предњег краја болида и ударног оптерећења бочне стране болида. Дати случајеви оптерећења најтачније предвиђају могућност појаве отказа конструкције приликом судара, што угрожава безбедност возача болида. Случајеви оптерећења шасије торзионим моментом и моментом савијања услед сопствене тежине и тежине комопонената возила, изабрани су како би се предвиделе тркачке перформансе возила. Анализом два поменута случаја омогућава се израчунавање вредности угаоне крутости шасије. Израчуната величина директно утиче на вертикалну компоненту силе која се појављује на појединачном тачку. Множењем вертикалне компоненте силе са коефицијентом трења, могуће је израчунати вредност приањања пнеуматика. Потом се израчунате величине користе у прорачуну брзинске карактеристике возила која предвиђа перформансе возила у случају скретања и кочења, без потребе да се болид тестира на стази.

4. РЕЗУЛТАТИ АНАЛИЗЕ МЕТОДОМ КОНАЧНИХ ЕЛЕМЕНАТА

За потребе прорачуна овог рада усвојен је материјал 25CrMo4/1.728, прохромовани челик који поседује следеће механичке карактеристике:

$\rho=7860 \text{ kg/m}^3$ - густина,

$\sigma_u=560 \text{ MPa}$ - затезна чврстоћа;

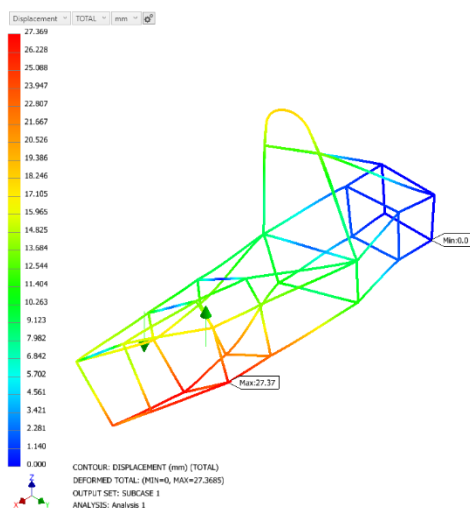
$\sigma_y=450 \text{ MPa}$ - напон течења (максимални дозвољени напон односно вредност напона при којој материјал подлеже пластичној деформацији).

Након извршеног рачунарског прорачуна за поменуте случајеве оптерећења, могуће је анализом резултата у виду приказивања вредности максималних напона и деформација, доћи до прелиминарних сазнања у вези локације концентрације напона у конструкцији. Да би се потврдила тачност резултата, потребно је постићи конвергенцију максималних напона. Конвергенција представља случај у коме се резултати вредности напона две узастопне итерације симулације не разликују за више од 5%. Због наведених разлога, рачунарске симулације поменутих оптерећења су поновљене са коначним елементима мање величине.

Приказани су примери случаја оптерећења моментом торзије и случаја ударног оптерећења предњег краја шасије тркачког болида. Добијена вредност напона у првој итерацији симулације је 320.8 MPa, док израчуната вредност исте у другој итерацији симулације износи 331.5 MPa. Израчунате вредности конвергирају 1.65%, чиме се доказује тачност симулације, те нема потребе за даљим умањивањем величине коначних елемената.

Табела 1: Вредности резултата симулације оптерећења шасије торзионим моментом

Физичка величина	Напон	Деформација
Прва итерација	320.8 MPa	27.369 mm
Друга итерација	331.5 MPa	27.369 mm
Конвергенција	3.35%	0%

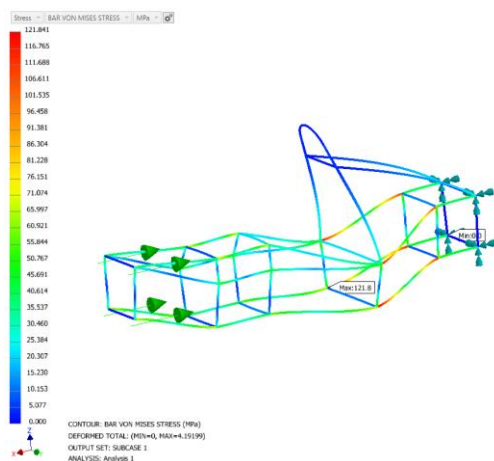


Слика 1. Вредности деформације друге итерације оптерећења шасије торзионим моментом

Такође се може закључити, на основу поређења вредности максималног напона који се јавља као резултат у другој итерацији симулације торзионог оптерећења, да је степен сигурности задовољен. Степен сигурности за случај торзионог оптерећења износи:

$$\text{Степен сигурности} = \frac{460 \text{ MPa}}{331.5 \text{ MPa}} = 1.38 \quad (2)$$

Добијена вредност напона у првој итерацији симулације ударног оптерећења предњег краја болида је 121.8 MPa, док је израчуната вредност исте у другој итерацији симулације 120.3 MPa. Израчунате вредности конвергирају 1.23%, чиме се доказује тачност симулације, те нема потребе за даљим умањивањем величине коначних елемената.



Слика 2. Вредности напона друге итерације ударног оптерећења предњег краја

Табела 2: Вредности резултата симулације ударног оптерећења предњег краја шасије

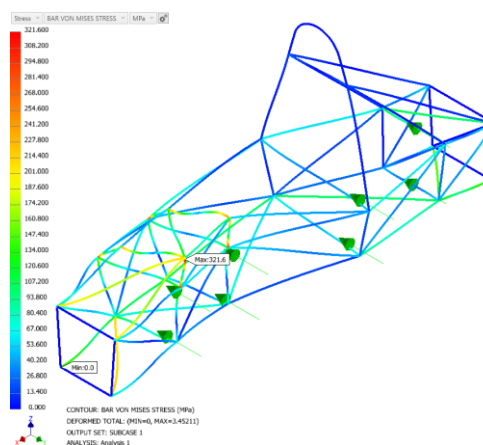
Физичка величина	Напон	Деформација
Прва итерација	121.8 MPa	4.192 mm
Друга итерација	120.3 MPa	4.192 mm
Конвергенција	1.23%	0%

Након друге итерације и потврђене конвергенције, вредност напона је убачена у формулу за израчунавање степена сигурности при ударном оптерећењу предњег краја:

$$\text{Степен сигурности} = \frac{460 \text{ MPa}}{120.3 \text{ MPa}} = 3.8 \quad (3)$$

Након анализе наведених случајева закључено је да су најмање вредности степена сигурности, који износе 1.22 и 1.38. То је уочено код ударног оптерећења бочне стране болида и оптерећења торзионим моментом. Потом је извршена оптимизација дизајна шасије у смеру ојачавања конструкције за наведене случајеве. Додати су потпорни цевни профили мањих димензија попречног пресека, у виду дијагоналних укрућења [7] између постојећих профила у конструкцији.

Потом је рачунарска симулација поновљена са оптимизованим дизајном шасије за случај ударног оптерећења бочне стране шасије тркачког болида. Добијена вредност напона у првој итерацији симулације је 298.8 MPa, док је израчуната вредност исте у другој итерацији симулације 316.6 MPa. Израчунате вредности конвергирају 5.95%, чиме није доказана тачност симулације, те постоји потреба за даљим умањивањем величине коначних елемената.



Слика 3. Вредности напона треће итерације ударног оптерећења бочне стране шасије

Добијена вредност напона у другој итерацији симулације је 316.6 MPa, док је израчуната вредност исте у трећој итерацији симулације 321.6 MPa. Израчунате вредности конвергирају 1.57%, доказујући тачност симулације, те нема потребе за даљим умањивањем величине коначних елемената. Након треће итерације и потврђене конвергенције, вредност напона се може убачити у формулу за израчунавање

степен сигурности при ударном оптерећењу предњег краја тркачког болида:

$$\text{Степен сигурности} = \frac{460 \text{ MPa}}{321.6 \text{ MPa}} = 1.43 \quad (4)$$

Табела 3: Вредности резултата симулације ударног оптерећења бочне стране шасије

Физичка величина	Напон	Деформација
Прва итерација	298.8 MPa	3.452 mm
Друга итерација	316.6 MPa	3.452 mm
Конвергенција	5.95%	0%
Трећа итерација	321.6 MPa	3.452 mm
Конвергенција	1.57%	0%

5. ЗАКЉУЧАК

Закључено је да добијени степен сигурности за случај ударног оптерећења бочне стране оптимизоване шасије износи 1.43, чиме је степен сигурности повећан до нивоа задовољавајуће вредности. На основу добијених резултата, може се закључити да је шасија тркачког болида оптимизована на исправан начин. Вредност максималног напона који се јавља као резултат симулације се смањила за 55.2 MPa, док се вредност степена сигурности повећала за 14.5%.

Верификацију тачности резултата могуће је потврдити путем извођења експерименталне анализе. Након пројектовања, производње, следи постављање мерних инструмената у виду мерних трака. Мерне траке представљају елементе који на основу пиезоелектричног ефекта детектују промену вредности отпорности проводника. Потом би се шасија оптеретила израчунатим силама које су добијене кроз прорачун. Вредности максималних напона који се појављују у конструкцији, могуће је израчунати на основу вредности измерених померања и познавања модула еластичности материјала. Додатан вид верификације тачности добијених резултата огледа се у понављању инжењерске анализе коришћењем различитих софтвера. Коначна провера исправности правца развоја архитектуре возила извршила би се понављањем компјутерске анализе и поступка мерења конструкције, која је произведена од другог материјала. Таквим истраживањем долази се до поређења вредности максималних напона и механичких карактеристика различитих материјала у зависности од укупне масе конструкције.

Пример развоја и оптимизације шасије тркачког болида показује примену савремених техника пројектовања. То су параметризација и инжењерска анализа. Поменуте две технике у многоме користе и доприносе у процесу развоја производа, у виду умањења потребног времена за развој и имплементацију промена у дизајну. Омогућено је предвиђање понашања конструкције приликом реалних случајева у експлоатацији, чиме се долази до вредних информација и сазнања.

6. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Joseph Edward Shigley, "Mechanical Engineering Design", 2020, ISBN 978-0-07-339821-1.
- [2] Радомир Ђокић, "Инжењерска анализа", 2021, скрипта, Факултет Техничких Наука, Нови Сад
- [3] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z., "The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals", 2013, Butterworth-Heinemann, ISBN 0-7506-6320-0.
- [4] Никола Иланковић, "Савремене технике пројектовања транспортних система", 2023, скрипта, Факултет Техничких Наука, Нови Сад
- [5] William B. Riley and Albert R. George, Cornell University, "Design, Analysis and Testing of a Formula SAE Car Chassis", 2002, ISSN 0148-7191.
- [6] Formula Society of Automotive Engineers, FSAE, "Formula Student Rulebook", 2025, Institution of Mechanical Engineers.
- [7] Carroll Smith, SAE/PT-90, Society of Automotive Engineers, "Racing Chassis and Suspension Design", 2004, ISBN 0-7680-1120-5.
- [8] Krnal Kania, Aditya Verma, Rushang Babariya, Jayendra Vasani, *IRJET*, "Design & Development of Formula Student Chassis", 2023, Vol. 10, ISSN: 2395-0056.
- [9] Mohammed Tazeem Khan, *IRJET*, "Design & Manufacturing of FSAE Chassis", 2021, Vol. 3, e-ISSN: 2582-5208.
- [10] Felix Dionisius, Imam Nur Arif, Tito Endramawan, Agus Sifa Badruzzama, "Material Selection and Analysis of Torsional Rigidity in Formula Student SAE regulation", 2022, Vol 22., ISSN: 2549 – 9815.
- [11] Sayed Zameer, Sayyed Affan Ali, Tambe Salman, Kharbe Mohammad, *IRJET*, "Static Structural Analysis of Chassis in Compliance with International Rules of a Prototype Formula Styled Vehicle", 2022, Vol 9, e-ISSN: 2395-0056.

DOI: <https://doi.org/10.24867/33AM07Zadric>

DOI: <https://doi.org/10.24867/33AM07Zadric>

Кратка биографија:



Марко Задрић Бардак, рођен у Суботици, 2000. године. Основне академске студије завршио 2023. године, на Факултету техничких наука, где је 2025. године одбранио мастер рад на катедри за Конструкционо машинство, транспортне системе и логистику.



Драган Живанић рођен у Сремској Митровици, 1972. Године. Докторирао је на Факултету техничких наука 2012. Године. Запослен на факултету од 1997. Године, изабран у звање ванредног професора 2019, а у звање редовног професора изабран је 2024. Године.