

Нумерички поступак за одређивање перформанси асинхроних машина

Numerical Method for Evaluating the Performance of Induction Machines

Драгомир Васић, Дејан Јеркан, Факултет техничких наука, Нови Сад

Студијски програм – ЕНЕРГЕТИКА,
ЕЛЕКТРОНИКА И ТЕЛЕКОМУНИКАЦИЈЕ

Кратак садржај – У раду је анализиран нумерички поступак за одређивање перформанси асинхроних машина на основу методе коначних елемената. Рад показује понашање карактеристичних величина за различите радне режими дате машине.

Кључне речи: асинхроне машине, метода коначних елемената, радни режими асинхроне машине

Abstract – The paper presents a numerical approach for evaluating the performance of induction machines using the finite element method (FEM). The behavior of the machine's characteristic parameters is examined under various operating conditions.

Keywords: induction machines, finite element method (FEM), operating modes of an induction machine

НАПОМЕНА: Овај рад проистекао је из мастер рада чији ментор је био др Дејан Јеркан, ванр. проф.

1. УВОД

Асинхроне машине (индукционе машине) су врста наизменичних машина које се најчешће користе као мотори. Принцип рада се огледа у томе да се довођењем напона на статорски намотај ствара магнетски флуks због тока струје кроз статорски намотај. Магнетски флуks статора пресеца краткоспојене завојнице ротора. По Фарадајевом закону електромагнетске индукције настаје струја. Када кроз ротор тече струја, у њему се ствара нови магнетски флуks ротора. Због заостајања магнетског тока ротора за магнетским током статора, ротор никада не може достићи брзину ротирајућег магнетског поља, односно синхрону брзину. Значај асинхроних машина се огледа у ефикасности, па се на основу тога највише користе у индустрији за различите намене [1].

У овом раду је извршена анализа специфичне асинхроне машине у различитим режимима рада. Анализа је спроведена применом методе коначних елемената у софтверу. Циљ рада је био да се анализирају различити режими рада и покажу одзиви величина који описују асинхроную машину.

2. КАРАКТЕРИСТИКЕ И ЕКВИВАЛЕНТНА ШЕМА АСИНХРОНЕ МАШИНЕ

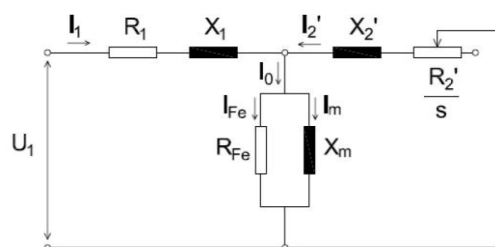
Асинхрона машина која се разматра у овом раду и њене карактеристике су представљене у табели 1.

Табела 1. Подаци карактеристичне машине [2]

Номинална снага	3100	[kW]
Номинални напон	400	[V]
Номинална струја	6046	[A]
Фреквенција	50	[Hz]
Брзина обртања	297	[o/min]
Сачинилац снаге	0,77	
Ефикасност	0,959	
Номинални момент	97706	[Nm]

Ради се о асинхронем генератору који је тестиран као мотор, па се подаци у табели 1 односе на моторски режим рада. Изведба статорских намотаја ове асинхроне машине је у звезди (Y). Степен заштите кућишта је IP 23 што значи да је машина заштићена од чврстих тела већих од 12,5 mm и заштита од воде која пада под углом од 60 ° од вертикале, није водоотпорна ако се налази вани, тада мора имати додатну заштиту.

Заштита термичке кутије је IP 54 што представља заштиту од прашине и прскања воде. Изолациона класа је H што значи да је максимална дозвољена температура 180 °C, док је температурна класа машине B, тј. 80 °K изнад температуре амбијента [2]. Еквивалентна шема асинхроне машине се може видети на слици 1.



Слика 1. Еквивалентна шема асинхроних машина [1]

Струја статорског намотаја (I_1) одређена је наметнутим напонем статора (U_1), омском отпорношћу статорског намотаја (R_1), реактансом расипања статорског намотаја (X_1) и индукованом контра електромоторном силом. Пролазак струје кроз статорски намотај праћен је стварањем флуksа, који се затвара око самог намотаја (расипни флуks) и који се затвара кроз ваздушни зазор и ротор (заједнички

флукс). Флукс се спреже са роторским намотајем и индукује контра електромоторну силу, јер она држи равнотежу са наметнутим напоном. Роторска страна се своди на статорску, јер су електрична кола статора и ротора галвански одвојена.

Омске отпорности (R_1 и R'_2) представљају елементе еквивалентне шеме на којим се дисипира енергија, односно то су Џулови губици машине. Може се уочити да роторска отпорност зависи од клизања, па када је износ клизања еквивалентан јединици, онда се губици свде само на губитке у баку (P_{Cu}). Међутим, када то није случај онда поред губитака у баку (P_{Cu}), енергија прелази и у механичку снагу. Реактансе (X_1 и X'_2) су елементи еквивалентне шеме који повезују утицај магнетског поља и индуктивности, њихова енергија се не троши за разлику од отпорних елемената, него се привремено складишти.

Реактанса и струја магнећења (X_m и I_m) описују реактивну енергију потребну за магнећење магнетског кола. Флуксеви који се расипају само око једног намотаја су описани реактансама расипања. Заједнички флукс, претходно поменут, је резултат заједничког деловања струја статора и ротора, па његово деловање обухвата ваздушни зазор и узрокован је струјом магнећења.

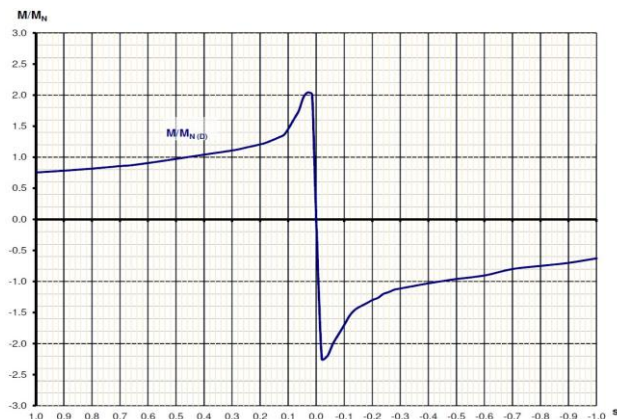
Губици у гвозђу (P_{Fe}) се еквивалентирају омским отпором R_{Fe} у грани магнећења, овај елемент еквивалентне шеме моделује губитке у језгру који настају услед вртложних струја и хистерезиса [1].

3. МОМЕНТНА КАРАКТЕРИСТИКА АСИНХРОНЕ МАШИНЕ

Клизање машине нам даје карактеристична подручја рада асинхроне машине. Постоје три карактеристична подручја с обзиром на вредност клизања:

- Моторско подручје рада ($1 \geq s \geq 0$) , енергија се узима из мреже,
- Генераторско подручје рада ($s < 0$), енергија се враћа у мрежу,
- Режим кочнице ($s > 1$).

Моментна карактеристика машине која је у разматрању налази се на слици 2.



Слика 2. Моментна карактеристика асинхроне машине [2]

Формуле за прорачун моментних величина, номиналног, превалног клизања и Хопкинсовог коефицијента су [1]:

$$M_n = \frac{3p}{2\pi f_s} \cdot \frac{\frac{R'_r}{s_n}}{\left(R_s + \sigma_1 \frac{R'_r}{s_n}\right)^2 + (X_{ys} + \sigma_1 X'_{yrk})^2} \quad (1)$$

$$M_{pol} = \frac{3p}{2\pi f_s} \cdot \frac{\frac{R'_r}{s_{pol}}}{\left(R_s + \sigma_1 \frac{R'_r}{s_{pol}}\right)^2 + (X_{ys} + \sigma_1 X'_{yrk})^2} \quad (2)$$

$$M_{pr} = \frac{3p}{2\pi f_s} \cdot \frac{\frac{R'_r}{s_{pr}}}{\left(R_s + \sigma_1 \frac{R'_r}{s_{pr}}\right)^2 + (X_{ys} + \sigma_1 X'_{yrk})^2} \quad (3)$$

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} \quad (4)$$

$$s_{pr} = \pm \frac{\sigma_1 R'_r}{\sqrt{R_s^2 + (X_{ys} + \sigma_1 X'_{yrk})^2}} \quad (5)$$

$$\sigma_1 = 1 + \frac{X_{ys}}{X_m} \quad (6)$$

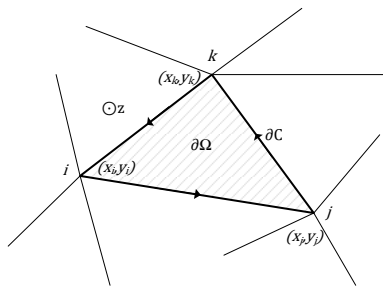
4. МЕТОДА КОНАЧНИХ ЕЛЕМЕНАТА

Метода коначних елемената (*Finite Element Analysis - FEA*) представља нумеричко-графичку методу за анализу електромагнетских поља у доменама са сложенем диспозицијом извора поља и сложенем геометријом домена од интереса. Заснива се на подели посматраног домена на велики број малих, међусобно неповезаних коначних елемената, унутар којих се приближно решавају једначине електромагнетског поља. На основу тога, метода коначних елемената омогућава детаљан увид у карактеристике магнетског поља на нивоу појединачног коначног елемента. Најзахтевнији аспект имплементације тих метода у анализи рада ротационих електричних машина јесте променљива геометрија као последица ротације ротора у односу на статор, са једним степеном слободе (у случају анализе понашања када машина има одређену врсту ексцентритета, ово кретање може да буде и значајно сложеније за проучавање), као и употреба нелинеарних феромагнетских материјала за израду магнетског кола машине. У одређеним случајевима анализа се може поједноставити занемаривањем кретања ротора, попут режима кратког споја односно рада у режиму са закоченим ротором. Када није неопходно потпуно тродимензионално моделовање машине, проблем се често може апроксимирати дводимензионалним попречним пресеком. Овакав приступ значајно смањује сложеност модела и убрзава нумеричке прорачуне, при чему резултати остају доследни.

Анализом резултата добијених прорачуном се могу добити изузетно детаљни подаци о

електромагнетским појавама у електричној машини, у било ком делу њеног пресека. Метода коначних елемената је изведена из опште теорије електромагнетских поља, увођењем одређених помоћних векторских и електричних величина које су познате под називом потенцијали електромагнетског поља.

По правилу се детаљна истраживања и експерименти много чешће врше на машинама великих снага и димензија, што за методу представља додатно оптерећење, јер се нумерички проблем мора решавати у великом броју тачака. Велики проблем представља и време које је потребно да се изврши нека симулација, које се често мери у данима, чак и недељама. Скраћење потребног времена, а без губитка прецизности се може постићи коришћењем симетрије машине, јер се слика магнетског поља у машини циклично понавља онолико пута колико машина има магнетских полова. Та особина дозвољава да се моделује само један исечак пресека машине, која заузима ширину само једног магнетског пола. Међутим, овакво упрошћење није погодно при анализи унутрашњих кварова електричних машина, јер су кварови углавном асиметрични и не понављају се равномерно дуж целог обода машине. У случајевима попут ових неопходно је моделовати комплетну геометрију машине ради добијања реалних резултата [3].



Слика 3. Коначни елемент у облику троугла [3]

Релација (7) може да се интерпретира као скаларна једначина, у којој све наведене векторске величине имају искључиво z компоненту.

$$\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) = -J_{0izv} + \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \text{grad}_z V \right) \quad (7)$$

Применом Галеркинове методе тежинских резидуала добија се коначна формула која се заснива на коначним елементима.

$$\sum_{l=1}^L \left\{ \frac{1}{4\partial\Omega^l \mu^l} \begin{bmatrix} s_{ii} & s_{ij} & s_{ik} \\ s_{ij} & s_{jj} & s_{jk} \\ s_{ik} & s_{jk} & s_{kk} \end{bmatrix}^l \begin{bmatrix} \hat{A}_{zi} \\ \hat{A}_{zj} \\ \hat{A}_{zk} \end{bmatrix}^l + \frac{\sigma^l \partial\Omega^l}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \hat{A}_{zi} \\ \hat{A}_{zj} \\ \hat{A}_{zk} \end{bmatrix}^l - \frac{J_{izv}^l \partial\Omega^l}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} = 0 \quad (8)$$

Укупан број коначних елемената је означен са L , док је индекс текућег елемента означен са l [3].

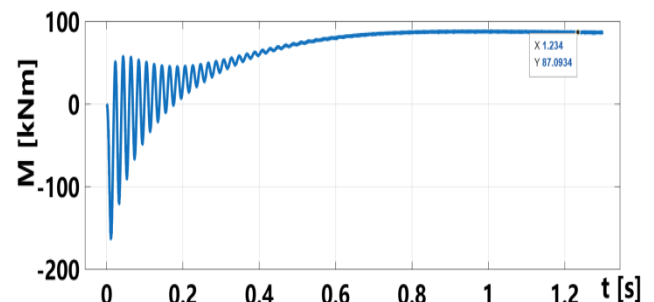
5. РАДНИ РЕЖИМИ АСИНХРОНЕ МАШИНАЕ

5.1. Асинхрона машина у моторском режиму рада

Асинхрона машина прикључена на мрежу може радити као мотор, генератор или у режиму електромагнетске кочнице. Електрична снага (P_{el}) преузета из мреже се у моторском режиму рада претвара у механичку снагу (P_{meh}) и предаје на осовину. У овом режиму рада машина производи механички момент (M_m) којим се може савладати механички момент неке радне машине прикључене на осовину. Брзина мотора (n) се мења од нулте до асинхроне брзине обртања.

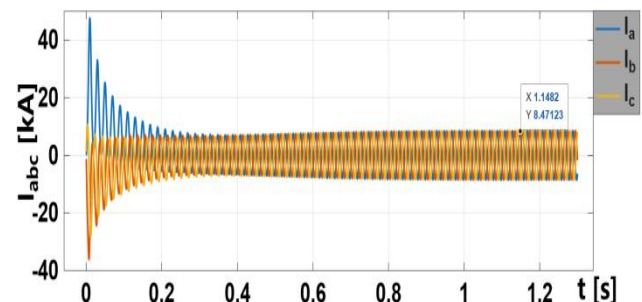
Биланс снага асинхроне машине у моторском режиму рада се може објаснити на следећи начин: на улазу имамо електричну снагу (P_{el}) коју мотор узима из мреже. Када од електричне снаге (P_{el}) одузмемо губитке у гвожђу (P_{Fe}) и бакуру статора (P_{Cus}) добијемо снагу обртног поља (P_{ob}). Затим, следе губици у бакуру ротора (P_{Cur}) чија је повезница са снагом обртног поља (P_{ob}) представљена преко клизања (s) машине. Када одузмемо од снаге обртног поља (P_{ob}) губитке у бакуру ротора (P_{Cur}) добијамо снагу конверзије P_c . И на излазу када од снаге конверзије (P_c) одузмемо механичке губитке (P_{mg}) добијамо механичку излазну снагу (P_{meh}) [1].

На основу примене софтвера и његовим прилагођавањем података за моторски радни режим добијене су карактеристичне величине од значаја. Издвајају се карактеристике промене момента, струје, електричне и механичке снаге у времену које су представљене на сликама 4, 5, 6 и 7.



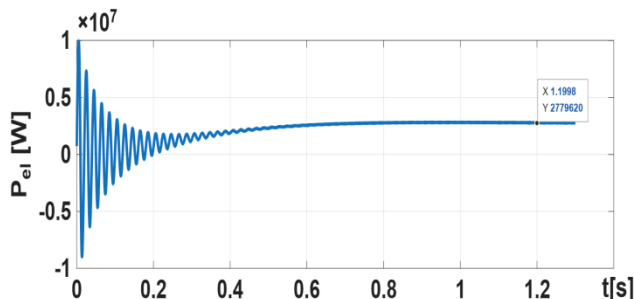
Слика 4. Електромагнетски момент асинхроне машине у моторском режиму рада

У почетку имамо електромагнетске прелазне појаве које се јављају услед успостављања магнетског поља у машини. Након 0,6 s долази до пригушења ових осцилација, где се електромагнетски момент усталаује око вредности од 87 kNm као што се види на слици 4. Позитивна вредност момента нам говори да асинхрона машина ради у моторском режиму рада.



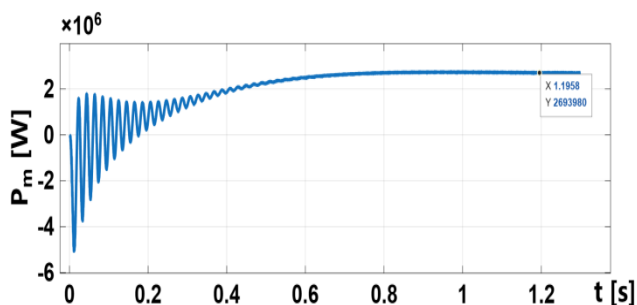
Слика 5. Струја по фазама асинхроне машине у моторском режиму рада

Покретањем асинхроне машине долази до великих стартних струја које су преко 5 пута веће од номиналне вредности. Овако велике струје су карактеристичне за директан старт мотора. Приказане су три фазе на слици 5 које су међусобно померене за 120° , док су амплитуде приближно исте вредности.



Слика 6. Електрична снага асинхроне машине у моторском режиму рада

Велике промене струје и магнетског поља изазивају осцилације снаге као што се види на слици 6. До краја прелазних процеса долази након 0,6 s када се снага устојичује на вредности око 2,77 MW.



Слика 7. Механичка снага асинхроне машине у моторском режиму рада

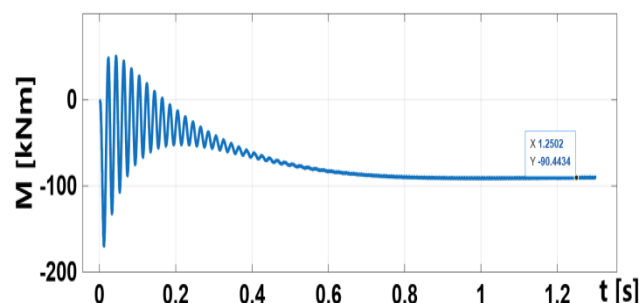
Изразна механичка снага зависи од момента и брзине, осцилације које се јављају приликом успостављања снаге директна су последица осцилација момента. Осцилације се пригушују након 0,6 s и механичка снага се устојичује на вредности око 2,7 MW. Видимо да се вредност механичке снаге на слици 7 разликује од улазне електричне снаге, а то је последица тога што је та снага потрошена на губитке.

5.2. Асинхрона машина у генераторском режиму рада

Генераторски режим рада асинхроне машине настаје када погонска машина на осовину доведе механичку снагу (P_{meh}) тако да се брзина обртања ротора повећа изнад брзине обртања статора, односно изнад брзине обртног поља. Када се ово деси, асинхрона машина претвара механичку снагу (P_{meh}) доведену на осовину у електричну снагу (P_{el}) која се даље предаје у мрежу. Као што је већ напоменуто, брзина обртања ротора је изнад брзине обртног поља, што значи да је клизање (s) негативно, односно клизање је мање од нуле.

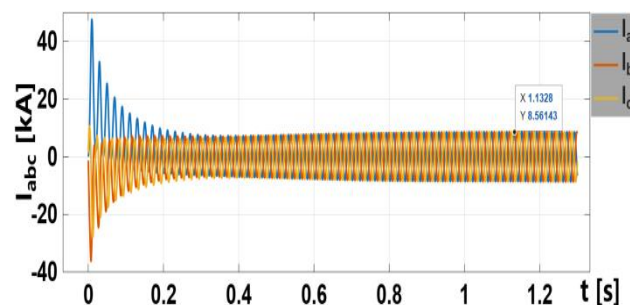
Биланс снага асинхроне машине у генераторском режиму рада се може објаснити на следећи начин:

принцип је сличан као у моторском режиму, само сада можемо рећи да идемо у обрнутом смеру. Ми од улазне механичке снаге (P_{meh}) одузимамо механичке губитке (P_{mg}) и добијамо снагу конверзије (P_c), одузимањем губитака у баку ротора (P_{cur}) од снаге конверзије (P_c) добија се снага обртног поља (P_{ob}). На крају када од снаге обртног поља (P_{ob}) одузмемо губитке у баку статора (P_{cus}) и губитке у гвожђу (P_{Fe}) добијамо излазну електричну снагу (P_{el}) [1]. На основу примене софтвера и његовим прилагођавањем података за генераторски радни режим добијене су карактеристичне величине од значаја. Издвајају се карактеристике промене момента, струје, електричне и механичке снаге у времену које су представљене на сликама 8, 9, 10 и 11.



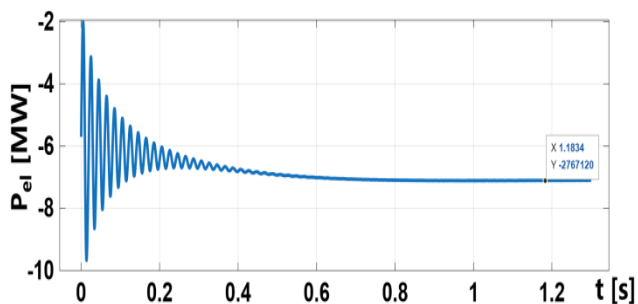
Слика 8. Електромагнетски момент асинхроне машине у генераторском режиму рада

Имамо појаву електромагнетских прелазних појава које се јављају услед успостављања магнетског поља у машини. Након 0,6 s долази до пригушења ових осцилација, где се електромагнетски момент устојичује око негативне вредности од -90 kNm, што се може видети на слици 8. Негативна вредност момента нам говори да асинхрона машина ради у генераторском режиму рада.



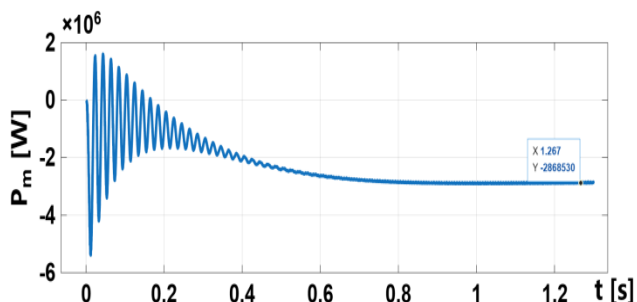
Слика 9. Струја по фазама асинхроне машине у генераторском режиму рада

Покретањем асинхроне машине долази до великих стартних струја које су преко 5 пута веће од номиналне вредности. Овако велике струје су карактеристичне за директан старт мотора. Приказане су три фазе на слици 9 које су међусобно померене за 120° , док су амплитуде приближно исте вредности.



Слика 10. Електрична снага асинхроне машине у генераторском режиму рада

Промене струје и магнетског поља доводе до осцилација снаге. Прелазни процес ишчезава након 0,6 s када се снага устаљује на негативној вредности око -2,76 MW. На слици 10 се види да је електрична снага у овом режиму мања од механичке снаге, где се разлика потрошила на губитке.



Слика 11. Механичка снага асинхроне машине у генераторском режиму рада

Улазна механичка снага, као што је претходно наведено, зависи од момента и брзине. Осцилације које се јављају приликом успостављања снаге директна су последица осцилација момента. Осцилације се пригушују након 0,6 s и механичка снага се устаљује на негативној вредности око -2,85 MW, што је видљиво на слици 11.

6. ЗАКЉУЧАК

Из карактеристичних одзива добијају се резултати за наведене величине током прелазног и стационарног периода. Резултати показују да се након покретања асинхроне машине јављају изражене прелазне појаве које су праћене осцилацијама карактеристичних величина. Све ове величине се устаљују на одређеним вредностима након што прелазни процеси ишчезну. Симулација је показала да модел описује динамичко понашање асинхроне машине и омогућава поуздану анализу током покретања и рада под оптерећењем.

7. ЛИТЕРАТУРА

- [1] В. Васић, *Асинхроне машине – презентације са наставе*, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду, Нови Сад.
- [2] Техничка документација испитиване асинхроне машине, интерна документација произвођача.

- [3] Д. Јеркан, *Пројектовање електричних машина – презентације са наставе*, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду, Нови Сад, 2016.

- [4] The MathWorks, Inc., *MATLAB R2025a Software Package*, Natick, MA, USA, 2025.

Кратка биографија:

Драгомир Васић рођен је у Зворнику 08.06.2000. год. Мастер рад на Факултету техничких наука из области Електротехнике и рачунарства – Енергетска електроника и електричне машине одбранио је 2026. год.

Контакт:

dragomirvaskel@gmail.com

Дејан Јеркан је ванр. проф. на Факултету техничких наука у Новом Саду, на Катедри за енергетску електронiku и претвараче. Област интересовања су му моделовање и дијагностика електричних машина, као и метода коначних елемената.