Зборник радова Факултета техничких наука, Нови Сад

УДК: 528
ДОИ: https://doi.org/10.24867/35KG02Mihalji

Идентификација грубих грешака у геодетским мерењима применом различитих метода

Outlier Detection in Geodetic Measurements Using Different Methods

Ченге Михаљи, *Факултет техничких наука, Нови Сад*

Студијски програм – ГЕОДЕЗИЈА И ГЕОИНФОРМАТИКА

Кратак садржај – *У раду је обрађена област идентификације грубих грешака у геодетским мрежама, са посебним освртом на методу FSME. Након теоријског приказа основа Гаус-Марковљевог модела посредног изравнања, као и класичних и робусних метода откривања грубих грешака представљен је концепт FSME методе. Ова метода омогућава директну идентификацију грубих грешака током процеса изравнања путем проширења модела увођењем додатних непознатих параметара.*

Практични део рада обухвата примену FSME методе на примеру једнодимензионалне геодетске мреже, и упоређивање методе са класичном и робусном методом ради упоредне анализе добијених резултата.

Кључне речи: *FSME метода, откривања грубих грешака, нивелманска мрежа*

Abstract – *This thesis examines the identification of outliers in geodetic networks, with special emphasis on the FSME method. After a brief theoretical overview of the Gauss–Markov model of indirect adjustment and the classical and robust approaches to outlier detection, their limitations are highlighted, particularly in cases involving multiple or weak outlier. The concept of the FSME method is presented, in which the adjustment model is extended with additional parameters to allow direct detection of outliers during the adjustment process.*

The practical part of the paper includes the application of the FSME method to a one-dimensional geodetic network and its comparison with classical and robust methods in order to perform a comparative analysis of the obtained results.

Keywords: *FSME method, detection of outliers, leveling network*

НАПОМЕНА: Овај рад проистекао је из мастер рада чији ментор је био Доц. др Мехмед Батиловић

1. УВОД

Услед различитих фактора, као што су атмосферски услови, несавршености инструмената или грешке оператера, опажања у геодетским мрежама могу бити оптерећена грубим грешкама. Оне могу довести до нетачних резултата, па је њихово откривање и елиминација неопходна за поуздану анализу. У пракси се често сусрећу скупови података који садрже оваква одступања, што може значајно утицати на тачност изравнања и отежати правилну интерпретацију резултата.

Конвенционални тестови за откривање грубих грешака, засновани су на методи најмањих квадрата. Међутим, уколико је у скупу опажања садржано више грубих грешака или једна груба грешку мањег интензитета, овај метод престаје да буде оптималан.

Робусне методе представљају природно проширење класичних метода. За разлику од методе најмањих квадрата, робусне методе су далеко мање осетљиве на одступања од претпоставки модела, штавише оне се у извесној мери одупиру утицају грубих грешака.

Уведена је нова метода за откривање грубих грешака у геодетским мрежама, позната као *Forward-Search Model Error* (FSME). За разлику од класичних метода, које се ослањају на анализу резидуала у стандардном Гаус–Марковљевом моделу, FSME уводи проширени модел у коме се грубе грешке третирају као посебни параметри. На тај начин се омогућава њихова директна идентификација током процеса изравнања. Основна предност FSME методе огледа се у томе што успешно превазилази ограничења класичних тестова за детекцију грубих грешака, посебно у ситуацијама када је у опажањима истовремено присутно више грубих грешака, као и у случајевима када су грубе грешке малог интензитета.

Фокус овог рада је на анализи значаја ефикасне идентификације грубих грешака у геодетским мрежама.

2. МЕТОДЕ ОТКРИВАЊА ГРУБИХ ГРЕШАКА

2.1. Конвенционалне методе идентификације грубих грешака

Конвенционалне методе идентификације грубих грешака базиране су на методи најмањих квадрата и локалним статистичким тестовима [2]. Када је мерење

$\boldsymbol{l_i}$ оптерећено грубом грешком $\boldsymbol{\delta_i}$, тестирају се следеће хипотезе:

$$\mathrm{H_0}: \mathrm{E}(\delta_\mathrm{i}) = 0 \text{ против } \mathrm{H_A}: \mathrm{E}(\delta_\mathrm{i}) \neq 0. \quad (1)$$

Тестирање хипотеза (1) врши се применом *Data snooping* теста. Код *Data snooping* теста тест статистика се формира на следећи начин [1], [2]:

$$w_i = |v_i| / \sigma_0 \sqrt{q_{v_i v_i}} \sim N(0,1), \quad (2)$$

где је $\boldsymbol{v_i}$ поправка $\boldsymbol{i}$-тог опажања, $\boldsymbol{\sigma_0}$ *a priori* стандардна девијација, $\boldsymbol{q_{v_i v_i}}$ $\boldsymbol{i}$-ти дијагонални елемент кофакторске матрице поправака $\mathbf{Q_{\hat{v}}}$ и $\boldsymbol{N}$ стандардизована нормална расподела. Уколико је $\boldsymbol{w_i > N_{1-\alpha/2}}$, нулта хипотеза $\boldsymbol{H_0}$ се одбацује, а $\boldsymbol{i}$-то опажање се проглашава опажањем са грубом грешком. За ниво значајности $\boldsymbol{\alpha}$ обично се усваја вредност 0.001.

2.2. Робусне методе идентификације грубих грешака

Робусне методе представљају природно проширење класичних метода. Добро је познато да је метода најмањих квадрата веома осетљива на одступања од претпоставки модела и да шири ефекте грубих грешака на поправке свих опажања. За разлику од методе најмањих квадрата, робусне методе су далеко мање осетљиве на одступања од претпоставки модела, штавише оне се у извесној мери одупиру утицају грубих грешака [1].

Робусне методе идентификације грубих грешака заснивају се на робусном изравнању геодетске мреже, где се за потребе решавања функционалног модела формулише оптимизациони услов робусне оцене:

$$\rho(\mathbf{v}) = min \leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \rho(v_i) = min, \quad (3)$$

при чему је $\rho(\cdot)$ било која функција циља из класе робусних М-оцена. Утицајна функција може се написати као $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{v}) = \mathbf{W}\mathbf{v}$, јер је $\mathbf{W} = \boldsymbol{w}(\mathbf{v}) = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{v})/\mathbf{v}$. До се решења може доћи применом итеративне методе најмањих квадрата:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{x}}^{(k)} &= -(\mathrm{A}^\mathrm{T}\boldsymbol{W}^{(k)}\boldsymbol{A})^{-1}\mathrm{A}^\mathrm{T}\boldsymbol{W}^{(k)}\boldsymbol{f} \\ \boldsymbol{W}^{(k)} &= \boldsymbol{P_l}\boldsymbol{W}^{(k-1)} \\ \boldsymbol{v}^{(k)} &= \mathrm{A}\hat{\boldsymbol{x}}^{(k)} + \boldsymbol{f} \end{aligned} \quad (4)$$

где је $\mathbf{P_l}$ матрица тежина мерених величина, $\mathbf{W^{(k-1)}} = \boldsymbol{diag}(\dots, \boldsymbol{w_i^{(k-1)}}, \dots)$ матрица робусних тежина и $\boldsymbol{k}$ број итерација [1]. У првом итеративном кораку ($\boldsymbol{k} = \mathbf{1}$) матрица робусних тежина $\mathbf{W}$ узима се као јединична матрица. У наредним итерацијама робусне тежине $\boldsymbol{w_i^{(k-1)}}$ формирају се помоћу одговарајуће функције тежина, која за Л1 норму је следећа [1]:

$$w_i = 1/|v_i|, \quad (5)$$

Итеративни процес (4) врши се све док разлике између вектора поправака из текуће и претходне итерације $\left|\mathbf{v^{(k)}} - \mathbf{v^{(k-1)}}\right|$ не буду мање од усвојене вредности толеранције $\boldsymbol{\gamma}$. Принцип откривања грубих грешака заснива се на поређењу оцењених поправака опажања из робусног изравнања са критичном вредношћу $\mathbf{3}\boldsymbol{\sigma_0}$. Када је оцењена вредност поправке опажања из последње итерације већа од критичне вредности, сматра се да је опажање оптерећено грубом грешком [1], [2].

2.3. *Forward-search model error* - FSME метода

Класичне и робусне методе идентификације грубих грешака у геодетским мрежама углавном се ослањају на анализу поправака у оквиру стандардног Гаус–Марковљевог модела. Иако могу бити ефикасне у случају једне грубе грешке, њихова примена у случају присуства више грубих грешака истовремено није оптимална, што често доводи до ниске поузданости резултата. Као одговор на ова ограничења, предложен је нови приступ познат као *FSME* метода [3]. Основна идеја ове методе јесте увођење проширеног модела у коме се грубе грешке третирају као посебни параметри. Овај принцип омогућава њихову директну идентификацију у процесу изравнања и обезбеђује већу поузданост у односу на класичне методе.

Метода FSME се заснива на Гаус-Марковљев моделу која се проширује вектором $\boldsymbol{\epsilon}$ димензије $\boldsymbol{u}\,\mathbf{x}\,\mathbf{1}$, који представља додатне непознате параметре, као и дизајн матрицом М димензије $\boldsymbol{n}\,\mathbf{x}\,\boldsymbol{u}$ [3]:

$$\boldsymbol{l} + \boldsymbol{v} = [\mathbf{A} \quad \mathbf{M}] \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\boldsymbol{\epsilon}} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\boldsymbol{C}_{ll} = \sigma^2 \mathbf{P}^{-1} = \sigma^2 \boldsymbol{Q}_{ll}, \quad (7)$$

где је варијанса $\boldsymbol{\sigma^2}$ јединична тежина проширеног модела, а вектор $\boldsymbol{\epsilon}$ садржи грубе грешке. Ако је сама груба грешка Δ_j присутна у опажању $\boldsymbol{l}_\mathrm{j}$, тада се дефинише $\boldsymbol{\epsilon} = \Delta_\mathrm{j}$ и $\mathrm{M} = \mathrm{e_j}$, где је $\mathrm{e_j} = [\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}]$ за $\mathrm{j} = \mathbf{1} \dots \boldsymbol{n}$ (j-ти члан вектора $\mathrm{e_j}$ добија вредност 1). За j-то опажање са матрицом $\mathbf{A} = [\mathbf{A_1}, \dots, \mathbf{A_j}, \dots]^\mathbf{T}$, једначина опажања гласи [3]:

$$\boldsymbol{l_j} + \boldsymbol{v_j} = \mathbf{A_j^T}\hat{\mathbf{x}} + \hat{\Delta}_\mathrm{j}, \quad (8)$$

где је $\mathbf{A_j^T}$ j-ти ред матрице А, који одговара j-том опажању, а за преостала опажања важи $\boldsymbol{l_k} + \boldsymbol{v_k} = \mathbf{A_k^T}\hat{\mathbf{x}}, (\mathbf{k} = \mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots, \mathbf{n}), \mathbf{k} \neq \mathbf{j}$. Уколико грубе грешке постоје у опажањима, вектор $\boldsymbol{\epsilon}$ и матрица $\mathbf{M}$ се редефинишу на следећи начин:

$$\boldsymbol{\epsilon} = |\hat{\Delta}_\mathrm{j}, \hat{\Delta}_{(\mathrm{j}+1)}, \dots, \hat{\Delta}_\mathrm{t}|^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{M} = |e_j, e_{(j+1)}, \dots, e_t|^T. \quad (10)$$

Алтернативна хипотеза, у случају присуства грубих грешака, има следећи облик:

$$H_0: E(\boldsymbol{l}) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} \text{ против } H_a: E(\boldsymbol{l}) = [\mathbf{A} \quad \mathbf{M}]\begin{bmatrix}\hat{\mathbf{x}}\\ \hat{\boldsymbol{\epsilon}}\end{bmatrix}. \quad (11)$$

За правилно дефинисање алтернативне хипотезе потребно је испитати све могуће комбинације потенцијално оптерећених опажања. Све потенцијалне алтернативне хипотезе C_b^n, где је n број опажања, а b број потенцијалних грубих грешака, разматрају се у кораку детекције. Прво се у моделу претпоставља да је по једно опажање непознато. Додатне непознате вредности у моделу, добијају се поновним записивањем редова за свако опажање у матрици коефицијената, итеративно. Матрица дизајна може се формирати тако што се у модел укључи једна додатна димензија као непозната [3]:

$$\mathrm{A}_{C_1^n}^{1,1} = [\mathbf{A} \quad \mathbf{M}] = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 & 1\\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right],$$
$$\mathrm{A}_{C_1^n}^{1,2} = [\mathbf{A} \quad \mathbf{M}] = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right], \quad (12)$$

где је $\mathrm{A}^{b,i}$ матрица коефицијената за $b = 1, \dots, f/2$ и $i = 1, \dots, n$.

Приликом рачунања грешке модела редови додатног вектора се итеративно преписују за свако опажање, а одговарајуће опажање се моделује као непозната величина, користећи кораке израчунавања дате у наставку [3].

Након израчунавања кофакторске матрице, добија се вектор непознатих параметара:

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{xx}}^{\mathbf{b}} = (\mathbf{A}^{\mathbf{b}^{\mathbf{T}}}\mathbf{P}\mathbf{A}^{\mathbf{b}})^{+} \quad (13)$$

$$\hat{\mathbf{x}}^{\mathbf{b}} = (\mathbf{A}^{\mathbf{b}^{\mathbf{T}}}\mathbf{P}\mathbf{A}^{\mathbf{b}})^{+}\mathbf{A}^{\mathbf{b}^{\mathbf{T}}} \quad (14)$$

Да би се одредило опажање које је оптерећено грубом грешком, неопходно је пронаћи опажање које даје вредност најмање варијансе. Корак израчунавања поправака је следећи:

$$\boldsymbol{v}^b = \mathbf{A}^{\mathrm{b}}\hat{\mathbf{x}}^{\mathbf{b}} - \mathbf{l}. \quad (15)$$

A posteriori варијанса се израчунава као:

$$(s^b)^2 = \mathbf{v}^{\mathrm{b}^{\mathrm{T}}}\mathbf{P}\mathbf{v}^{\mathbf{b}}/\boldsymbol{f}^b \quad (16)$$

Након тога следи одређивање опажања са минималном варијансом:

$$j = min(s^b)^2. \quad (17)$$

Након што је релевантно опажање одређено, тест статистика се израчунава на следећи начин:

$$T = \hat{\Delta}_j/(s_0\sqrt{q_{jj}}). \quad (18)$$

За сваку додатну непознату променљиву рачуна се јединично тежинска *a posteriori* варијанса:

$$\hat{s}^2 = \frac{\boldsymbol{v^T P v}}{n-u_k},\ i=1\dots n, \quad (19)$$

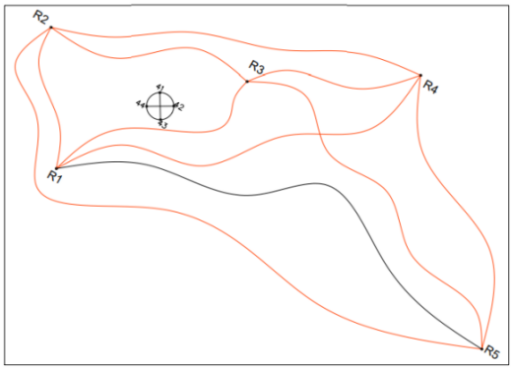
где $u_{\text{к}} = u + 1$ представља број непознатих параметара. Број елемената у скупу *a posteriori* варијанси појављује се као C_1^n. Идентификује се опажање чија је процењена вредности варијансе минимална $\min\{\hat{s}_i^2\}$, након чега се одговарајућа непозната величина за то опажање пореди са критичном вредношћу. Када је $\min\{\hat{s}_i^2\} = \hat{s}_k^2$, апсолутна вредност T се пореди са *t*-тестом. Ако је $|T| \geq t_{f-1,1-\alpha}$, H_0 хипотеза се одбацује, а *k*-то опажање се идентификује као груба грешка. У случају да се алтернативна хипотеза одбаци, поступак се завршава. Након што се изврши процена одбацивања H_0 или H_{A} хипотезе, доноси се одлука о поновном писању модела, где се непознате проширују са по два опажања за сваку C_2^n комбинацију. Матрица коефицијената се поново пише за сваку комбинацију C_2^n [3]:

$$\mathrm{A}_{C_2^n}^{2,1} = [\mathbf{A} \quad \mathbf{M}] = \left[\begin{array}{cccc|cc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right],$$
$$\mathrm{A}_{C_1^n}^{1,2} = [\mathbf{A} \quad \mathbf{M}] = \left[\begin{array}{cccc|cc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right], \quad (20)$$

Важно је напоменути да се све комбинације узимају у обзир независно од претходног резултата. Овај поступак се понавља за све комбинације са три или више опажања, све док се не размотре све могуће комбинације потенцијално оптерећених опажања. Вектор који одговара опажањима са најмањом варијансом, израчунатом за сваку комбинацију, пореди се са критичном вредношћу. Ако бар једна од релевантних непознатих вредности не прелази критичну вредност, алтернативна хипотеза се одбацује, и опажања означена у претходном кораку (тј. при последњем одбацивању H_0) се прихватају као грубе грешке [3].

3. НУМЕРИЧКИ ПРИМЕР

За потребе експерименталних истраживања у оквиру овог рада конципирана је једнодимензионална геодетска мрежа која се састоји од 9 репера. Скица геодетске мреже приказана је на слици 1.



Слика 1. Скица једнодимензионалне геодетске мреже

У мрежи су симулирана мерења од 18 висинских разлика са случајним грешкама мерења која следе нормалну расподелу са средњом вредношћу нула и стандардном девијацијом $\boldsymbol{\sigma}$ = 1 mm/km. Приближне висине репера и вредности висинских разлика приказани су у табелама 1 и 2. Будући да је у питању слободна геодетска мрежа, дефект датума геодетске мреже износи 1, број непознатих параметара је 9, а број степени слободе 10.

Табела 1. Приближне висине репера

Репер	$\boldsymbol{H}$ **[m]**
1	100.0000
2	101.3395
3	100.7282
4	100.5073
5	100.4244
41	101.1423
42	101.1078
43	101.1101
44	101.1075

Табела 2. Резултати мерења

Редни број мерења	**Од**	**До**	$\boldsymbol{S}$ $\boldsymbol{[km]}$	$\boldsymbol{\Delta h_i}$ **[m]**
1	1	2	0.064	1.33963
2	1	3	0.113	0.72818
3	1	4	0.182	0.50698
4	2	3	0.107	-0.61148
5	2	4	0.184	-0.83251
6	2	5	0.309	-0.91483
7	3	4	0.077	-0.22094
8	3	5	0.215	-0.30401
9	4	5	0.14	-0.08295
10	5	1	0.236	-0.4246
11	2	41	0.065	-0.19713
12	41	3	0.048	-0.41416
13	2	42	0.073	-0.23168
14	42	3	0.042	-0.37965
15	3	43	0.067	0.38194
16	43	1	0.058	-1.11016
17	1	44	0.053	1.10756
18	44	2	0.061	0.23195

Извршена је упоредна анализа добијених резултата применом FSME методе, *Data Snooping* теста и робусне Л1 норме, са циљем процене предности и ограничења FSME методе у односу на класичне методе откривања грубих грешака. У оквиру анализе сваке наведене методе разматрана су три случаја, која се међусобно разликују по интензитету уведених грубих грешака. У сва три разматрана случаја на друго и пето мерење је уведена груба грешка. У првом случају, наведена мерења садрже грешку интензитета $\boldsymbol{3\sigma_0}$, где је $\boldsymbol{\sigma_0 = 1}$ mm/km. У другом случају интензитет грешке износи $\boldsymbol{6\sigma_0}$, док у трећем случају износи $\boldsymbol{12\sigma_0}$ што омогућава сагледавање понашања метода у условима слабо, средње и јако изражених интензитета грубих грешака.

Табела 3. Упоредни резултати идентификације грубих грешака

Метода откривања грубих грешака	**Груба грешка интензитета $3\sigma_0$**		**Груба грешка интензитета $6\sigma_0$**		**Груба грешка интензитета $12\sigma_0$**	
	Друго мерење	Пето перење	Друго мерење	Пето перење	Друго мерење	Пето перење
Data Snooping	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Робусна Л1 норма	✗	✗	✓	✓	✓	✓
FSME	✓	✓	✓	✓	✓	✓

На основу табеле 3 може се закључити да је применом методе *Data Snooping* успешно извршена идентификација грубих грешака у разматраним случајевима. Иако њена ефикасност зависи од интензитета грешке и статистичких претпоставки теста, ова метода показује способност да поуздано идентификује грубе грешке у скупу опажања.

С друге стране, робусна Л1 норма постиже слабије резултате. Иако је у теорији отпорнија на одступања у поређењу са класичним методама, у разматраном примеру није успела да идентификује све присутне грубе грешке. Метода бележи успех само у случајевима грешака средњег и већег интензитета, док грешке мањег интензитета остају недетектоване.

FSME метода успешно идентификује грубе грешке свих разматраних интензитета, односно грешке интензитета $\mathbf{3\sigma_0}, \mathbf{6\sigma_0}$ и $\mathbf{12\sigma_0}$. На основу тога може се закључити да FSME метода даје поузданије резултате у идентификацији грубих грешака од робусне Л1 норме, јер омогућава откривање одступања у опажањима ниског, средњег и високог интензитета.

4. ЗАКЉУЧАК

Циљ истраживања био је да се испита ефикасност различитих метода идентификације грубих грешака у геодетским мрежама, са фокусом на FSME методу. У ту сврху спроведен је експеримент који је обухватио симулацију нивелманске мреже уз систематско увођење грубих грешака различитих интензитета.

Сагледавајући добијене резултате, може се закључити да FSME метода и *Data Snooping* тест представљају поуздане методе за идентификацију грубих грешака у геодетским мрежама. Ове методе обезбеђују стабилне и прецизне резултате за све разматране интензитете грубих грешака. За разлику од робусне Л1 норме, чија се ефикасност смањује код грешака мањег интензитета, FSME метода и *Data Snooping* тест омогућавају поуздано откривање и грубих грешака малих интензитета.

На основу резултата из анализиране литературе [3], може се уочити да FSME метода показује високу поузданост у идентификацији грубих грешака чак и у случајевима ограничене редундансе и сложенијих конфигурација мреже. Њена предност посебно долази до изражаја у случајевима када је присутно више грубих грешака истовремено и код геодетских мрежа са мањим степеном редундансе. Ово чини методу поузданијим избором у односу на конвенционалне и робусне методе.

Ови резултати имају практичан значај, будући да у реалним условима геодетских мерења грубе грешке често нису велике и јасно уочљиве. Примена FSME методе може допринети повећању ефикасности идентификације грубих грешака у мерењима, као и смањењу ризика од коришћења мерења која садрже грубе грешке у процесу изравнања геодетских мрежа.

5. ЛИТЕРАТУРА

[1] Батиловић, М. (2020). Робусна оцена деформација у слободним геодетским мрежама применом еволутивних оптимизационих алгоритама (Докторска дисертација). Нови Сад: Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду.

[2] Batilović, M., Sušić, Z., Marković, M., Vujinović, M., Nikolić, G., & Ninkov, T. (2018). The efficiency of different outlier detection approaches in geodetic networks: case study for Pobednik statue. *Geodetski Vestnik, 62*(02), 293–305.

[3] Durdağ, U. M. (2024). Minimum-variance-based outlier detection method using forward-search model error in geodetic networks. *Geoscientific Model Development, 17*(6), 2187–2196.

[4] Сушић, З., Нинков, Т., Батиловић, М., Булатовић, В., Сабадош, И., & Петковић, М. (2016). Примена геометријске анализе деформационих мерења *у праћењу геодинамичких процеса*. Нови Сад: Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду.

[5] Марковић, М. (2018). Метода одређивања деформација грађевинских структура применом фибер оптичких сензора (Докторска дисертација). Нови Сад: Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду.

[6] Wang, J., Chen, X., Shi, C., & Liu, J. (2023). Robust M-estimation-based ICKF for GNSS outlier mitigation in GNSS/SINS navigation applications. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement.*

[7] Erdogan, B., Hekimoğlu, S., Durdağ, U. M., & Öcalan, T. (2014). Empirical estimation of the power of test in outlier detection problem. *Studia Geophysica et Geodaetica, 58*(2), 262–279.

[8] Hekimoğlu, S., & Koch, K. R. (1999). How can reliability of the test for outliers be measured? *Allgemeine Vermessungsnachrichten, 106*(11–12), 423–431.

[9] Hekimoğlu, S., Erdogan, B., & Butterworth, S. (2010). Increasing the efficacy of the conventional deformation analysis methods: An alternative strategy. *Journal of Surveying Engineering, 136*(1), 3–12.

[10] Hekimoğlu, S., Erdogan, B., Soycan, M., & Durdağ, U. M. (2011). A univariate approach for detecting outliers in geodetic networks. *Journal of Surveying Engineering, 137*(1), 1–10.

Кратка биографија:



Ченге Михаљи рођена је у Сенти 2000. год. Завршила је средњу техничку школу у Ади, након чега 2019. год. уписује Факултет техничких наука у области геодезије и геоматике. Дипломски рад одбранила је 2023. год. док је мастер рад одбранила 2025. год.
Контакт: csenge2905@gmail.com